

## Tema 4. Polinomios (I)

## Resumen

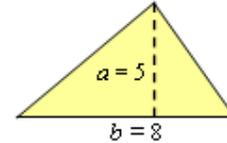
Una expresión algebraica es aquella en la que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales. Se utilizan para establecer relaciones de carácter genérico, pues las letras pueden tomar cualquier valor.

Valor numérico de una expresión algebraica es el número que resulta cuando se sustituyen las letras por números.

### Ejemplos:

a) El área de cualquier triángulo viene dada por la expresión algebraica

$$A = \frac{b \cdot a}{2}, \text{ siendo } b \text{ la base y } a \text{ la altura.}$$



Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es:  $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ .

b) Si con la letra  $x$  se designa un número desconocido:

“El doble de  $x$ ” será  $2x$ , que significa  $2 \cdot x$ . Por tanto, si  $x$  valiese 8,  $2x$  valdría 16.

“La mitad de  $x$ , menos 3” será  $\frac{x}{2} - 3 \rightarrow$  Si  $x$  valiese 100,  $\frac{x}{2} - 3$  valdría 47.

c) Si  $n$  es un número entero:

“Dos números consecutivos” se designarían por  $n$  y  $n + 1$ .

“Los números pares” mediante  $2n$ ; y “los impares”, por  $2n - 1$  o  $2n + 1$ .

### Monomios

Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tienen un término, formado por el producto de números y letras. El número se llama coeficiente del monomio; y las letras, parte literal.

### Ejemplos:

a) Son monomios:  $3a$ ,  $-4 \cdot a \cdot x$ ,  $5 \cdot x^2$  o  $\frac{2}{3} \cdot x \cdot y^3$  son monomios. Suelen escribirse omitiendo los

puntos de multiplicar. Esto es:  $3a = 3a$ ,  $-4 \cdot a \cdot x = -4ax$  o  $\frac{2}{3} \cdot x \cdot y^3 = \frac{2}{3}xy^3$ .

b) La parte literal de  $3a$ ,  $-4ax$ ,  $5x^2$  y  $\frac{2}{3}xy^3$  es, respectivamente,  $a$ ,  $ax$ ,  $x^2$  y  $xy^3$ . Sus

coeficientes, también respectivamente, son: 3,  $-4$ , 5 y  $\frac{2}{3}$ .

Observación: Cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sólo con signo negativo, su coeficiente es  $-1$ . No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de  $-ab^2$  y de  $x^3$  son, respectivamente,  $-1$  y 1.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

**Ejemplos:** a) Son semejantes los monomios:  $x^2$  y  $6x^2$ ;  $y$ ,  $2a^2b$  y  $3a^2b$ .

c) No son semejantes:  $3a$  y  $2ab$ . Tampoco lo son  $2x^2$  y  $3x$ .

### Operaciones con monomios

#### • Suma y resta de monomios

Sólo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes. (Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.)

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

**Ejemplos:**

a)  $3a + 5a = (3 + 5)a = 8a$

b)  $3ab^2 - 5ab^2 = (3 - 5)ab^2 = -2ab^2$

c)  $2x^2 - 7x^2 + 3x^2 = -2x^2$

d)  $2x^2 + 3x$  se deja indicada, como está.

Producto de monomios. (Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras, aplicando las propiedades de los signos y de la potenciación.

**Ejemplos:**

a)  $(3a) \cdot (5a) = (3 \cdot 5) \cdot (a \cdot a) = 15a^2$

b)  $(3xy^2) \cdot (-5x^3) = (3 \cdot (-5)) \cdot (xy^2 \cdot x^3) = -15x^4y^2$

División de monomios. Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras, teniendo en cuenta las propiedades de la potenciación y las reglas de los signos. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción.

**Ejemplos:**

a)  $\frac{5x^2}{15x} = \frac{5}{15} \cdot \frac{x^2}{x} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{1} = \frac{1}{3}x = \frac{x}{3}$

b)  $\frac{10x^4y}{15x^2y^3} = \frac{10}{15} \cdot \frac{x^4}{x^2} \cdot \frac{y}{y^3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{1} \cdot \frac{1}{y^2} = \frac{2x^2}{3y^2}$

Polinomios

Un polinomio está formado por la suma o resta de varios monomios. Si la suma es de dos monomios se le puede llamar binomio; si es suma de tres monomios, trinomio. Y en general, polinomio.

- Cada uno de los monomios que forman el polinomio se llama término.
- El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman. Si en un monomio hay varias letras, su grado es la suma de los todos los exponentes de esas letras.

**Ejemplos:** a) Son binomios:  $3a - 5b$ ,  $3x - 7$  y  $2x^3 - \frac{3}{5}x$ . El último es de grado 3.

b) El grado de  $-2x^2y^3 + 3xy - 5y^4$  es 5: la suma de los exponentes 2 y 3 del primer término.

Polinomios en x. En matemáticas la mayoría de las veces se utiliza la letra  $x$ . Por eso, casi siempre se emplean polinomios como  $4x^3 + 5x - 6$  o  $-2x^2 + 7x + 3$ ; y con frecuencia se escriben así:  $A(x) = 4x^3 + 5x - 6$  o  $B(x) = -2x^2 + 7x + 3$ . La expresión más común es  $P(x)$ .

**Ejemplo:** La expresión  $P(x) = 2x^5 - 4x^3 + 5x - 6$  es un polinomio de grado 5. Los términos que lo forman son:  $2x^5$ , de grado 5 y coeficiente 2;  $-4x^3$ , de grado 3 y coeficiente  $-4$ ;  $5x$ , de grado 1 y coeficiente 5; el número  $-6$  es el término independiente.

Ese polinomio no tiene los términos de 4º grado ni de 2º; pero, si conviene, podría escribirse  $P(x) = 2x^5 + 0x^4 - 4x^3 + 0x^2 + 5x - 6$ . Así, los coeficientes, ordenados de mayor a menor grado, son: 2 (para  $x^5$ ), 0 (para  $x^4$ ),  $-4$  (para  $x^3$ ), 0 (para  $x^2$ ), 5 (para  $x$ );  $-6$  (término independiente).

Valor numérico de un polinomio es el número que resulta cuando se sustituyen las letras por números.

**Ejemplo:** El valor numérico de La expresión  $P(x) = 2x^5 - 4x^3 + 5x - 6$  para  $x = -1$ , que suele indicarse por  $P(-1)$  es:  $P(-1) = 2 \cdot (-1)^5 - 4 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1) - 6 = -2 + 4 - 5 - 6 = -9$ . Igualmente,  $P(2) = 2 \cdot 2^5 - 4 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2 - 6 = 64 - 32 + 10 - 6 = 36$ ; mientras que  $P(0) = -6$ .