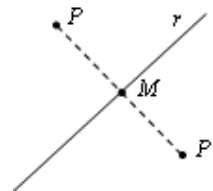


Tema 10. Transformaciones geométricas en el plano

Resumen

Simetría respecto de un eje (axial)

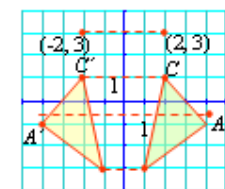
- Una simetría axial (de eje una recta r) es un movimiento que transforma un punto P en otro P' de forma que el eje (la recta r) es la mediatriz del segmento PP' . Esto es, P' es el simétrico de P , respecto de r , si el segmento PP' es perpendicular al eje y las distancias de P y P' al eje son iguales.
- Son de interés las simetrías respecto de los ejes cartesianos y las simetrías respecto de las bisectrices de los distintos cuadrantes.



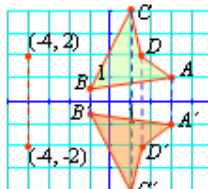
Ejemplos:

En las figuras que siguen puede observarse:

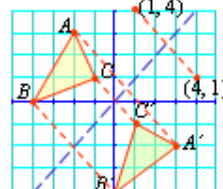
- En la simetría respecto del eje OY cada punto se transforma en otro con la abscisa opuesta y con la misma ordenada. Así, el punto $(2, 3)$ se transforma en $(-2, 3)$.
- En la simetría respecto del eje OX cada punto se transforma en otro con la misma abscisa pero con la ordenada opuesta. Así, el punto $(-4, 2)$ se transforma en $(-4, -2)$.
- En la simetría respecto de la bisectriz del primer cuadrante cada punto se transforma en otro con las coordenadas cambiadas. Así, el punto $(1, 4)$ se transforma en $(4, 1)$.



Simetría respecto del eje OY



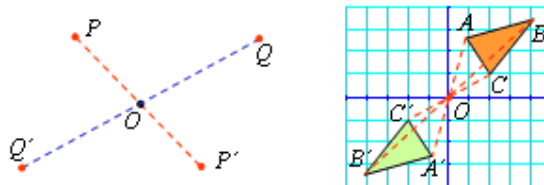
Simetría respecto del eje OX



Simetría respecto de la bisectriz del primer cuadrante

Simetría respecto de un punto (central)

- Una simetría central (de centro un punto O) es un movimiento que transforma un punto P en otro P' de forma que el punto O es el punto medio del segmento PP' . Esto es, P' es el simétrico de P , respecto de O , si P , O y P' están alineados y las distancias de P y P' al punto O son iguales.
- Son de interés las simetrías respecto del origen de coordenadas $O(0, 0)$.



Ejemplo: El triángulo $A'B'C'$ es el simétrico del triángulo ABC respecto del origen.

Como puede observarse, las coordenadas del simétrico de cada vértice se obtienen cambiando de signo las del vértice correspondiente.

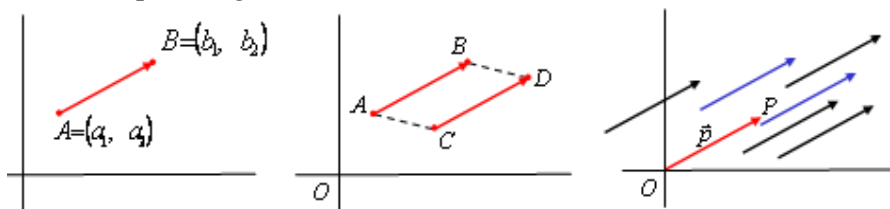
Esto es: $A(1, 3) \rightarrow A'(-1, -3)$; $B(4, 3) \rightarrow B'(-4, -3)$; $C(2, 1) \rightarrow C'(-2, -1)$.

Vector fijo y vector libre

El vector que tiene por origen el punto A y por extremo el punto B , se llama vector fijo \overrightarrow{AB} .

- **Módulo** del vector \overrightarrow{AB} es la longitud del segmento AB . Se denota $|\overrightarrow{AB}|$. Se puede calcular aplicando el teorema de Pitágoras.
- **Dirección** de \overrightarrow{AB} es la de la recta que contiene a los puntos A y B .

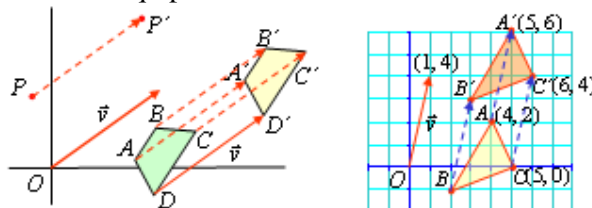
- Sentido de \overrightarrow{AB} es el que indica el traslado de A a B .
- Dos vectores fijos son equipolentes si tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido. Si \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} son equipolentes, entonces el polígono de vértices A, B, D y C (en ese orden) es un paralelogramo.



- Se llama vector libre a un vector y a todos los equipolentes a él. Así, en la figura anterior (derecha) todos los vectores son el mismo vector libre. El vector \vec{p} con origen en O y extremo en P puede ser el representante de todos ellos.

Traslación de vector \vec{v}

- Una traslación de vector \vec{v} es un movimiento que transforma un punto P en otro P' de forma que el vector fijo $\overrightarrow{PP'}$ es equipolente a \vec{v} .



Un vector con origen en O puede determinarse por las coordenadas (x, y) de su extremo. Así, el vector \vec{v} de la derecha puede escribirse como $\vec{v} = (1, 4)$.

Ejemplo: El triángulo $A'B'C'$ es el trasladado del triángulo ABC según $\vec{v} = (1, 4)$. Como puede observarse, todos los puntos trasladados mediante $\vec{v} = (1, 4)$ transforman su coordenadas sumando 1 a su abscisa y 4 a su ordenada. Esto es:

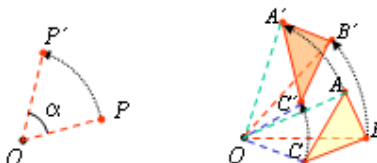
$$A(4, 2) \rightarrow A'(4 + 1, 2 + 4) = (5, 6);$$

$$B(2, -1) \rightarrow B'(2 + 1, -1 + 4) = (3, 3);$$

$$C(5, 0) \rightarrow C'(5 + 1, 0 + 4) = (6, 4).$$

Giros en el plano

- Un giro de centro O y ángulo α es un movimiento que transforma un punto P en otro P' de forma que el ángulo $POP' = \alpha$ y la distancia $OP = distancia OP'$.



El ángulo de giro se mide en sentido contrario al del movimiento de las agujas de un reloj.

Ejemplo:

El triángulo $A'B'C'$ es el que se obtiene al girar el triángulo ABC con centro O y $\alpha = 45^\circ$. El movimiento se realiza girando los vértices A, B y C ; para ello con centro en O y radios OA, OB y OC se trazan arcos de amplitud 45° , a continuación se trazan los lados.