

**LÍMITES Y CONTINUIDAD (Pendientes de Matemáticas CCSS)**

1. Comprueba dando valores que  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x^2 + 1} = 1,2$

2. Halla, por sustitución (si se puede), los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x)$    b)  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x+3}{x^2-4}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{2x-5}$    d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{2x-5}$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{2x+3}{x^2+x-1}}$    f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+x-1}}$    g)  $\lim_{x \rightarrow 2} (e^{2x-3})$    h)  $\lim_{x \rightarrow 0} (2^x + 3)$

(Sol. a) -2; b) -9/32; c) 3; d) No existe; e)  $\sqrt{5}$ ; f)  $1/\sqrt{5}$ ; g) e; h) 4.

3. Halla el límite de:

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 3x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ , cuando  $x \rightarrow 0$ ;   b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < -1 \\ 3x/(x-2) & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ , cuando  $x \rightarrow -1$

Sol. a) 0; b) No existe.

4. Dada la función  $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)x}{(x-3)(x-2)(x+1)}$ , halla su límite cuando  $x$  tiende a 3, 0, -2, 2 y -1. (Sol. 15/4; 0; 0;  $\infty$ ;  $\infty$ .)

5. Halla:   a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{2x^2}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{x^2-4}$    d)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{x+1}{2x-1}$   
 (Sol. a)  $\infty$ ; b) -3/2; c) -1/4; d)  $\infty$ .)

6. Halla: a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 8x + 7}$    b)  $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 8x + 7}$    c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x^2-4}$    d)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-3}{(x-4)^2}$   
 (Sol. 0; b)  $\pm\infty$ ; c)  $\pm\infty$ ; d)  $\infty$ )

7. Halla:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{x-1}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x-5}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 10x + 25}$    d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$   
 (Sol. a)  $\infty$ ; b) 10; c)  $\infty$ ; d) 6.)

8. Halla: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 5)$    b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x + 7)$    c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x^2 - 10x + 17)$ .  
 d)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x}$    e)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-14}{x^2}$    f)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x-5}$

(Sol: a)  $\infty$ ; b)  $-\infty$ ; c)  $\infty$ ; d) 0; e) 0; f) 0.)

9. Halla: a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x^2-4x+1}$    b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+3x}{5x^2-4x+1}$    c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+3x}{5x^2-4x+1}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-2x}{2x+7}$    e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2+8x}{x-4}$    f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2+8x}{x-4}$

(Sol. a) 0; b) 2/5; c) 2/5; d)  $+\infty$ ; e)  $-\infty$ ; f)  $+\infty$ .)

**Continuidad de funciones y aplicaciones**

**10.** Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{x} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \qquad \text{c) } f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$$

Sol. a)  $\mathbf{R}$ ; b)  $\mathbf{R} - \{-1, 1\}$ ; c)  $\mathbf{R}$ .

**11.** Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ , ¿para qué valores de  $a$  la función  $f(x)$  es continua en  $x = 1$ ? Comprueba gráficamente que tu resultado es correcto. (Sol. 1.)

**12. (PAU)** Calcula la constante  $k$  para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 5 \\ 4x + k & \text{si } x \geq 5 \end{cases} \qquad (\text{Sol. 4.})$$

**13. (PAU)** Calcula la constante  $k$  para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 3 \\ x + k & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \qquad (\text{Sol. 6.})$$