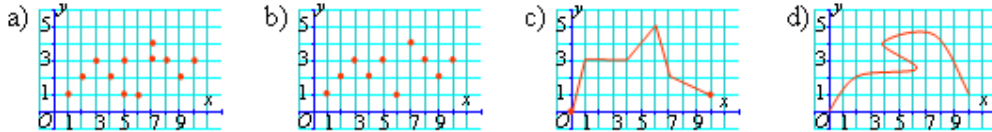


**Tema 13. FUNCIONES**

**Autoevaluación**

1. Considera la relación: “A cada número de dos cifras se le asocia la cifra de sus unidades”.
- Indica mediante una tabla qué valor le correspondería a los números 12, 15, 21, 51 y 67.
  - Explica por qué esa relación es una función.
  - ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente?
  - Indica su dominio y su recorrido.
  - Da todos los números que se transforman en 4; esto es, la imagen inversa de 4:  $f^{-1}(4)$ .

2. Indica si alguna de las siguientes gráficas puede determinar o no una función. Razona la respuesta.



En el caso de que sean funciones indica su dominio y su recorrido. ¿Alguna de ellas es continua?

3. Para la función c), dada por la gráfica del ejercicio anterior, completa la siguiente tabla de valores:

x	0	1	2	4	6	7	10
y							

4. Determina el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^2 - 3x$     b)  $f(x) = \sqrt{3-x}$     c)  $f(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$     d)  $f(x) = \begin{cases} -x-3, & \text{si } x < -1 \\ x^2-3, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

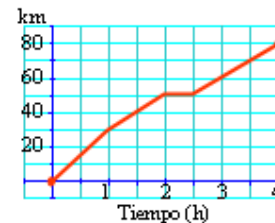
5. Halla, justificando las respuestas, el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{1-4x+x^2}{x^2-4x+3}$     b)  $g(x) = \frac{\sqrt{3x-6}}{2-3x}$

c) Halla el valor de  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $g(-1)$  y  $g(5)$ .

6. En la siguiente gráfica se muestra la relación entre el tiempo y la distancia recorrida en una marcha ciclista.

- ¿Qué mide la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?
- Indica su dominio y recorrido.
- ¿Qué distancia aproximada recorren en la segunda hora de carrera?
- ¿Cuánto tiempo descansan?
- ¿En que hora recorren más kilómetros?
- ¿Cuánto dura la marcha y qué velocidad media han llevado?



7. Representa, hallando algunos de sus puntos, las funciones:

a)  $f(x) = \begin{cases} -x-3, & \text{si } x < -1 \\ x^2-3, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$     b)  $f(x) = \begin{cases} -x-2, & \text{si } x < 0 \\ x^2-2, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Indica en cada caso el dominio de  $f$ . ¿Son funciones continuas?

8. A partir de la función  $f(x) = x^2 - 1$  representa gráficamente:

- a)  $-f(x)$                       b)  $|f(x)|$                       c)  $3 - f(x)$                       d)  $2 \cdot f(x)$

Escribe en cada caso la expresión analítica de cada una de las funciones anteriores.

9. Para cada una de las funciones anteriores, indica, a partir de su gráfica, sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento; sus máximos y mínimos.

10. Representa gráficamente las siguientes funciones escalonadas:

- a)  $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{si } -3 < x < 1 \\ 1, & \text{si } 1 \leq x < 4 \end{cases}$                       b)  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } -4 < x < 1 \\ -1, & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 2, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

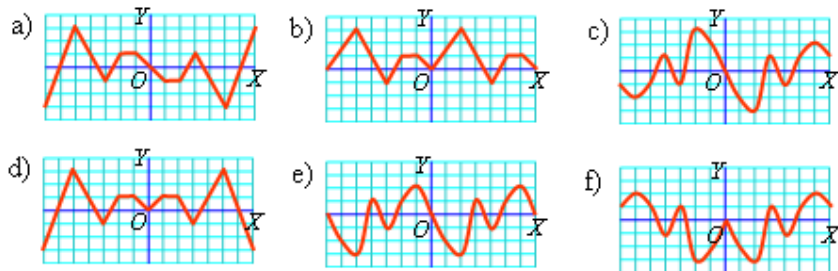
Indica en cada caso el dominio de  $f$ .

11. Representa gráficamente la función  $f(x) = |-x^2 + 3x|$ . Escribe su expresión analítica como una función definida a trozos.

12. Dadas  $f(x) = x^2 - 1$  y  $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ , halla  $f(g(x))$  y  $g(f(x))$ . Determina el dominio de cada una de las cuatro funciones. Calcula:  $f(g(1))$ ,  $f(g(-2))$ ,  $g(f(1))$  y  $g(f(-2))$ .

13. Halla las inversas de las funciones  $f(x) = x^2 - 1$  y  $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ .

14. Clasifica las funciones que siguen según su tipo de simetría y su periodo.

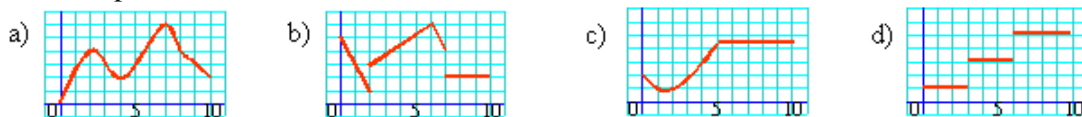


15. Determina la simetría de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = x^3 - 3x$                       b)  $f(x) = \frac{3}{x}$                       c)  $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2 - x}$                       d)  $f(x) = +\sqrt{4 - x^2}$ .

Indica en cada caso el dominio de  $f$ .

16. A partir de las gráficas de las siguientes funciones, di si son continuas; en caso contrario, indica los puntos de discontinuidad.



**Soluciones:**

1. a)

Número de dos cifras	12	15	21	51	67
Cifra de las unidades	2	5	1	1	7

b) Es una función, pues la cifra de las unidades de cada número de dos cifras es única: la correspondencia es única. c) Independiente: cualquier número de dos cifras. Dependiente: la cifra de las unidades del número elegido. d) Dominio: Todos los números de dos cifras, desde 10 hasta 99. Recorrido =  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . e)  $f^{-1}(4) = \{14, 24, 34, \dots, 94\}$ .

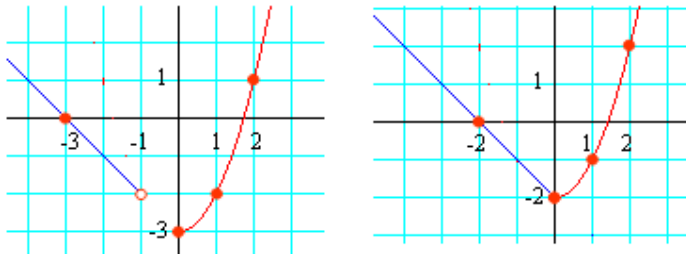
2. a) No es función: al valor  $x = 6$  le corresponden dos valores, 1 y 5. (Al valor 10 le corresponden otros dos). b) Sí. A cada valor de  $x$  sólo le corresponde un valor de  $y$ . Dom: "Números enteros del 1 a 10". Recorrido =  $\{1, 2, 3, 4\}$ . c) Sí. Para cada valor de la magnitud dada en el eje de abscisas le corresponde un solo valor de la magnitud representada en el eje de ordenadas. Dom =  $[0, 10]$ ; Recorrido =  $[0, 5]$ . d) No. Hay valores de  $x$  con dos o tres imágenes. Por ejemplo, 5. La única función es la dada en c).

3.

$x$	0	1	2	4	6	7	10
$y$	0	3	3	3	5	2	1

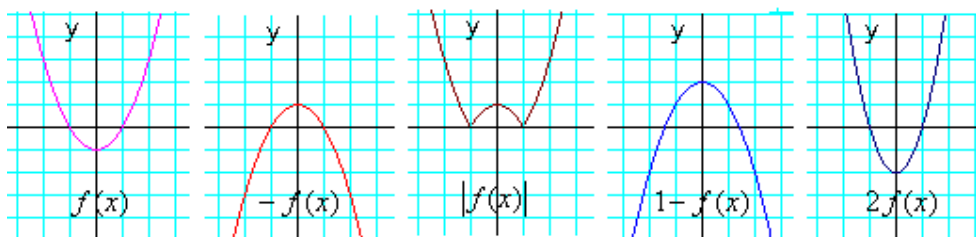
4. a)  $\mathbf{R}$ . b)  $(-\infty, 3]$ . c)  $\mathbf{R} - \{2/3\}$ . d)  $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ .  
 5. a)  $\text{Dom}(f) = \mathbf{R} - \{1, 3\}$ . b)  $\text{Dom}(g) = [2, +\infty)$ . c)  $f(2) = 3$ ;  $f(4) = 1/3$ ;  $g(5) = -3/13$ .  
 6. a) V. indep: tiempo en horas; la dependiente, mide los km recorridos. b) Dominio: de 0 a 4 h. Rec.: de 0 a 80 km. c) 20 km. d) 0,5 h. e) En la primera: 30 km. f) 4 horas; 20 km/h.

7.



a) Dom:  $\mathbf{R} - [-1, 0)$ . Es continua en los intervalos  $(-\infty, -1)$  y  $(0, +\infty)$ . No es continua en ningún punto del intervalo  $[-1, 0]$ . b) Dom:  $\mathbf{R}$ . Es continua.

8.

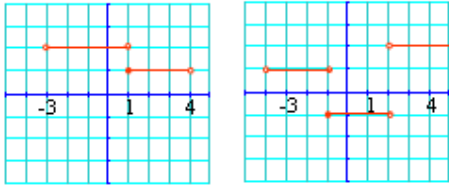


a)  $-f(x) = -x^2 + 1$ . b)  $|f(x)| = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + 1, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . c)  $1 - f(x) = 2 - x^2$ .

d)  $2 \cdot f(x) = 2x^2 - 2$

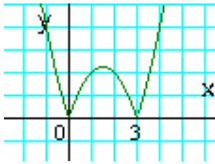
9. a) y c): Crece,  $(-\infty, 0)$ ; decrece,  $(0, +\infty)$ ; a) Máximo en  $(0, 1)$ ; c) Máximo en  $(0, 2)$ . b) Decrece,  $(-\infty, -1)$  y  $(0, 1)$ ; crece,  $(-1, 0)$  y  $(1, +\infty)$ ; mínimos en  $(-1, 0)$  y  $(1, 0)$ ; máximo en  $(0, 1)$ . d) Dec-rece,  $(-\infty, 0)$ ; crece,  $(0, +\infty)$ . Mínimo en  $(0, -2)$ .

10.



a) Dom:  $(-3, 4]$ . b) Dom:  $(-4, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, +\infty)$ .

11.



$$f(x) = |-x^2 + 3x| = \begin{cases} x^2 - 3x, & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 3x, & \text{si } x > 3 \end{cases} .$$

12.  $f(g(x)) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x+1)^2}$ , Dom =  $\mathbf{R} - \{-1\}$ ;  $g(f(x)) = \frac{2x^2 - 2}{x^2}$ , Dom =  $\mathbf{R} - \{0\}$ .  $f(g(1)) = 0$ ,

$$f(g(-2)) = 15, \quad g(f(1)) = 0, \quad g(f(-2)) = 3/2.$$

13.  $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$ ;  $g^{-1}(x) = \frac{x}{2-x}$ .

14. a) y c) simétricas respecto del origen; d) y f) simétricas respecto del eje  $OY$ . b) y e) periódicas de periodo 7.

15. Determina la simetría de las siguientes funciones:

a) Impar. b) Impar. c) No es simétrica. d) Par. Dominios: a),  $\mathbf{R}$ ; b),  $\mathbf{R} - \{0\}$ ; c),  $\mathbf{R} - \{2\}$ ; d)  $[-2, 2]$ .

16. a) Continua. b) Discontinua en  $x = 2$  y en  $x = 7$ . c) Continua. d) Discontinua en  $x = 3$  y en  $x = 6$ .