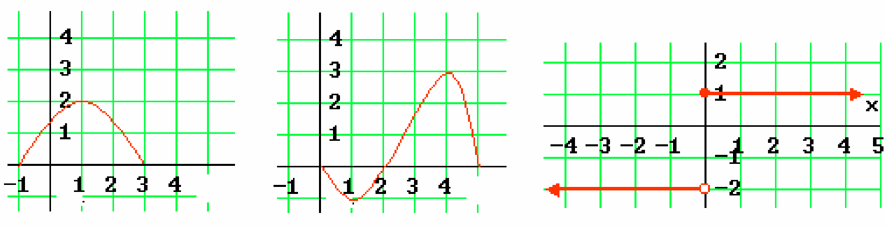
FUNCIONES (Pendientes de Matemáticas CCSS)

Tipo I. Funciones. Dominio y recorrido

1. Halla el dominio y recorrido de las funciones cuya gráfica se da a continuación:



[sol] a) [–1, 3]; [0, 2]. b) [0, 5]; [–1, 3] c) R; {–1, 1}

2. Indica cuáles de las siguientes relaciones definen una función:

a) A cada número le asignamos el doble.
b) A cada alumna le asignamos su estatura.
c) A cada número natural le asignamos sus múltiplos.
d) A cada ciudad le asignamos la provincia a la que pertenece.

[sol] a) Sí. b) En cada momento sí. c) No. d) Sí.

3. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^{10} + 5x^6 - 18$ b) $g(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-25}$ c) $h(x) = \sqrt{3x-4}$

d) $k(x) = \sqrt{x^2-1}$ e) $l(x) = \dfrac{8x-9}{2x^2-3x+1}$

[sol] a) R b) R – {–5, 5} c) $\left[\dfrac{4}{3}, \infty\right)$ d) $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ e) R – $\left\{\dfrac{1}{2}, 1\right\}$

Tipo II. Representación y características gráficas

4. [S] Álvaro va cada tarde al instituto; pasa primero por la panadería y compra un bollo, luego se detiene en la siguiente esquina a esperar a un compañero. Por fin, después de las clases, vuelve a casa. Aquí tienes la gráfica de su recorrido.

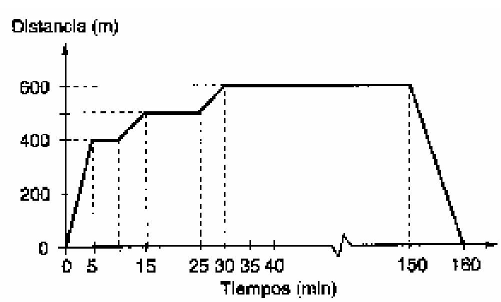


Figura 6.40

a) ¿Qué distancia hay de la casa al instituto? ¿Y a la panadería?
b) ¿Cuánto tarda en comprarse el bollo?
c) ¿Tiene que esperar mucho a su compañero?
d) ¿Cuánto duran las clases?
e) Si las clases comienzan a las 4 de la tarde, ¿dónde estaba a las 15 h 32 min, 15 h 36 min y a las 15 h 54 min?
f) ¿Lleva la misma velocidad a la ida que a la vuelta?
g) Estudia la velocidad en cada trayecto.

[sol] a) 600 m, 400 m. b) 5 min. c) 10 min. d) 2 h. f) Va tres veces más rápido a la vuelta.
g) Por trayectos: 80, 0 (panadería), 20, 0 (espera), 20, 0 (clase) y 60 m/min.

5. Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4 - x^2$ b) $g(x) = x^3 - x + 1$ c) $h(x) = -\dfrac{x}{x^2+4}$

[sol] a) Par b) no es par ni impar. c) Impar.

6. Dada la función, definida a trozos, $f(x)=\begin{cases} x+3, & \text{si } x<-3 \\ 0, & \text{si } -3\le x<0 \\ x^2-1, & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$

a) Halla f(–4), f(–2), f(–1), f(0) y f(2). b) Representa f(x).
c) Da los valores de x que se transforman en 0. Ídem en –1.
[sol] a) –1; 0; 0; –1; 3. c) $[-3,0)\cup\{1\}$; {–4, 0}

7. Calcula algunos pares de la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x<0 \\ 3x & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$, represéntalos en un diagrama cartesiano y traza, uniendo los puntos, la gráfica de *f*(x). ¿Para que valores de x la función toma el valor 9? [sol] $f^{-1}(9)=\{-3, 3\}$

Tipo III. Composición de funciones

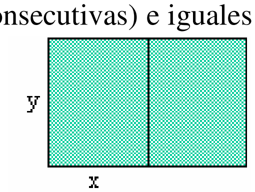
8. Dadas $f(x)=x-3$ y $g(x)=\dfrac{5}{x+1}$, halla:

a) $f(g(x))$ y $g(f(x))$
b) $f(g(4))$ y $f(g(1))$. Determina el domino de $f(g(x))$
c) $g(f(3))$ y $g(f(2))$. Determina el dominio de $g(f(x))$
[sol] a) $f(g(x))\dfrac{2-3x}{x+1}$; $g(f(x))=\dfrac{5}{x-2}$ b) –2; –1/2; **R** – {–1} c) 5; no definido; **R** – {2}

Tipo IV. Funciones dadas por enunciados

9. La factura bimensual de una compañía telefónica consta de una cantidad fija (las cuotas de abono) por un importe de 29,84 euros, más el importe de los pasos gastados, con un precio por paso de 0,06 euros. A esa suma hay que cargarle el 16% de IVA. Se pide:
a) ¿Cuánto debe pagar una familia que consumió en dos meses 990 pasos?
b) Escribe la expresión que dé el importe total, IVA incluido, de la factura en función de los pasos gastados.
[sol] a) 103,52 € b) I(p) = 34,6144 + 0,0696p.

10. Se desea cercar con cuerda dos parcelas rectangulares adyacentes (consecutivas) e iguales que encierren entre las dos un área de 1.000 m^2.



a) Si x indica el ancho de las parcelas, encuentra la función que da la longitud L(x) de cuerda necesaria para cercarlas.
b) Representa L(x), y a partir de esa gráfica determina, aproximadamente, el mínimo necesario de cuerda para cercar las dos parcelas. (Puede convenirte hacer una ampliación de la gráfica desde x = 15 hasta x = 25).
[sol] a) L(x) = 4x + $\dfrac{1.500}{x}$

11. Se quiere construir una caja partiendo de un trozo de cartulina rectangular de 24 por 32 cm, recortando un cuadradito en cada esquina y doblando.
a) Determina la función que da el volumen de la caja dependiendo del lado del cuadrado cortado.
b) ¿Qué volumen tendrá la caja cuando cortamos 0, 5 y 10 cm?
c) Represента dicha función. A partir de su gráfica, determina su dominio, recorrido y máximo.
[sol] a) V(x) = (32 – 2x) · (24 – 2x) · x b) 0; 1.540; 480