Tema 9. APLICACIONES ECONÓMICAS Resumen

Problemas de interés bancario

El interés es la ganancia o renta producida por un capital durante un periodo de tiempo; este interés puede ser simple, compuesto o continuo. La tasa de interés, que generalmente se da en tantos por cien, puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, diaria o continua.

Interés simple. Un capital C_0, al cabo de un año, a un interés del i % produce una renta $R = C_0 \cdot \frac{i}{100} = C_0 \cdot r$, donde $r = \frac{i}{100}$ indica la tasa en tanto por uno.

- El capital acumulado al cabo de un año será $C = C_0(1+r)$

Ejemplo: Un capital de 20000 €, al 5% anual, produce una renta anual de 20000 · 0,05 = 1000 €. El capital acumulado al cabo de un año será $C = 20000 \cdot (1+0{,}05) = 21000$ €

Interés compuesto

En el interés compuesto, el capital inicial va incrementándose con los intereses producidos en los periodos anteriores de tiempo (anuales, semestrales, trimestrales…).

- El capital acumulado al cabo de t años, a una tasa de interés anual r (en tanto por uno), será: $C(t) = C_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$, siendo n el número de periodos anuales.

Ejemplo: Un capital de 20000 €, al 6% anual, se convierte al cabo de 8 años en

$$C(8) = 20000(1+0{,}06)^8 = 31876{,}96 \text{ €}$$

- Si los intereses se abonan trimestralmente (n = 4), los 20000 € anteriores se convertirían en $C(8) = 20000\left(1+\frac{0{,}06}{4}\right)^{4\cdot 8} = 32206{,}49$ €

Interés continuo

Si se consideran periodos de tiempo infinitesimales, el interés se llama continuo: los intereses se van acumulando en cada instante de tiempo.

El capital acumulado al cabo de t años es: $C(t) = C_0 \cdot e^{rt}$

Ejemplo: A interés continuo del 5 %, durante 8 años, 10000 € se convierten en

$$C = 10000 \cdot e^{0{,}05\cdot 8} = 14918{,}25 \text{ €}$$

- T.A.E. Cuando los periodos de capitalización son inferiores a un año (mensuales, por ejemplo), los intereses producidos (o devengados) por un capital son superiores a la tasa de interés anual. El porcentaje de interés real que se obtiene (o paga) se llama tasa anual efectiva o tasa anual equivalente: T.A.E.

Ejemplo:

- 100 euros, a un interés del 12 % anual (tasa nominal se llama), producen al año 12 euros.
- Los mismos 100 €, al mismo interés del 12 % anual, con intereses liquidables

mensualmente, producen $C = 100 \cdot \left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{12} = 112{,}6825$; esto es, una ganancia de 12,6825 euros. Esa ganancia es la misma que producirían 100 euros a un 12,6825 % de interés anual. Esa es la TAE correspondiente. En este caso, la información bancaria correcta debe ser: “intereses de un 12 % (12,6825 % TAE)”.

Planes de pensiones

Es una modalidad de ahorro que consiste en ingresar cada cierto tiempo (mensualmente, trimestralmente, etc) una cantidad de dinero en un banco. (Aquí supondremos que esa cantidad es fija y que el interés se mantiene fijo). Las cantidades ingresadas y sus ganancias quedan sujetas a interés compuesto. Al cabo del tiempo se tiene acumulado una cantidad de dinero *C*.

- La cantidad total que se obtiene al cabo de *t* años, a un interés *i*, con cuotas mensuales de *M* euros cada una, es $C=\dfrac{M(1+r)\left[(1+r)^{12t}-1\right]}{r}$, siendo *r* la tasa mensual en tanto por 1.

Si las cuotas son trimestrales, el exponente de la expresión anterior es 4*t*.

Ejemplo: Si se ingresas 400 € trimestralmente, durante 25 años (que son 100 trimestres) a un interés del 5 % (esto es, $r=\dfrac{0{,}05}{4}=0{,}0125$), la cantidad acumulada al cabo de esos 25 años es $S=\dfrac{400\cdot 1{,}0125(1{,}0125^{100}-1)}{1{,}0125-1}=\dfrac{997{,}6877314}{0{,}0125}=79814{,}30$

Hipotecas

Es una modalidad de pago que consiste en devolver (al banco) cada cierto tiempo (mensualmente, trimestralmente, etc) una cantidad de dinero. (Aquí supondremos que esa cantidad es fija y que el interés se mantiene fijo). Esas cantidades adeudadas quedan sujetas a interés compuesto.

- La fórmula que da la amortización mensual (la cantidad a devolver) es $a=\dfrac{D(1+r)^n\cdot r}{(1+r)^n-1}$,

donde *D* es la deuda inicial, *r* la tasa mensual y *n* el número de meses.

Ejemplo:

Si *D* = 10000 €, $r=\dfrac{0{,}06}{12}=0{,}005$ (6 % anual = 0,5 % mensual) y *n* =120 (10 años = 120 meses). Aplicando dicha fórmula, se obtiene $a=\dfrac{10000(1+0{,}005)^{120}\cdot 0{,}005}{(1+0{,}005)^{120}-1}=111{,}02$ €.

Esto es, para saldar una deuda de 10000 €, hay que pagar 111,02 €, mensualmente, durante 10 años.