

Números reales (Pendientes de Matemáticas I)

1. Calcula las potencias:

a) 3^{-3} , $(-3)^3$, $(-3)^{-3}$, -3^{-3} b) $(1/3)^{-3}$, $(-1/3)^3$, $-(-1/3)^{-3}$ c) $3^{-1} - (1/3)^{-1}$

d) $\frac{5^{-1} - 5^0}{-5^{-1} + 5^0}$ e) $\left(\frac{1^{-1} - (-1)^{-1}}{-1^{-1} + 1^0}\right)^{-1}$

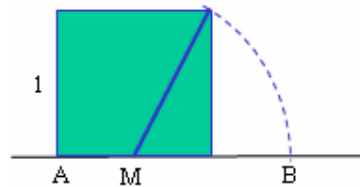
[sol] a) $\frac{1}{27}$; -27 ; $-\frac{1}{27}$ b) 27 ; $\frac{-1}{27}$; 27 c) $-\frac{8}{3}$ d) -1 e) 0

2. Simplifica y da el resultado en forma radical:

a) $5a^{1/3}2a^{1/2}$ b) $(16a^{-2/3}b^{2/3})^{1/2}$ c) $\left(\frac{2x^{-1}y^{1/2}}{x^{-1/2}y^{2/3}}\right)^6$

[sol] a) $10\sqrt[6]{a^5}$ b) $4\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$ c) $\frac{64}{x^3y}$

3. Comprueba que la longitud del segmento AB es Φ , siendo M el punto medio del lado del cuadrado



4. Escribe en forma de intervalo y representa en la recta real, los conjuntos:

a) $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < -1\}$ b) $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 1/2 \text{ y } x \geq -0,5\}$
 c) $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 1 \text{ y } x > 3\}$ d) $D = \{x \in \mathbf{R} \mid -2,5 \leq x < 1,2\}$

[sol] a) $(-\infty, -1)$ b) $[-1/2, 1/2)$ c) \emptyset d) $[-5/2, 6/5)$

5. Escribe la desigualdad que cumplen los números que pertenecen a los intervalos:

a) $(-\infty, 2]$ b) $[2, 5]$ c) $(-1, 3) \cup [0, \infty)$ d) $[0, 3) \cap (-1, 1]$

[sol] a) $\{x, x \leq 2\}$ b) $\{x, 2 \leq x \leq 5\}$ c) $\{x, -1 < x < \infty\}$ d) $\{x, 0 \leq x \leq 1\}$

6. Escribe en forma de desigualdad y de intervalo los números que verifican:

a) $|x| \leq 3$ b) $|x| \geq 3$ c) $\frac{5}{|x|} \geq 0$ d) $|x-1| \leq 0$

[sol] a) $\{-3, 3\}$ b) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ c) $\mathbf{R} - \{0\}$ d) \emptyset

7. Encuentra los intervalos unión e intersección de:

a) $I = \{x \in \mathbf{R}, |x+1| < 1\}$ y $J = [-1, 2)$

b) $K = \{x \in \mathbf{R}, |x-1| \geq 2\}$ y $L = \{x, |x+2| \leq 2\}$

[sol] a) $I \cup J = (-2, 2)$; $I \cap J = [-1, 0)$ b) $(-\infty, 0] \cup [3, \infty)$; $[-4, -1]$

8. Halla y representa en la recta real los números que distan de -1 menos de 2 unidades

[sol] $(-3, 1)$

9. Redondea a milésimas: $-0,0996$, $56,4444$, $1,897645$ [sol] $-0,1$; $56,444$; $1,898$

10. Expresa en notación científica los siguientes números indicando su orden de magnitud:

a) $1.234 \cdot 10^5$ b) $0,0000000067012$ c) $0,00763 \cdot 10^6$ d) $-527,05 \cdot 10^{-3}$

[sol] a) 8 b) -9 c) 3 d) -1

11. Reduce a una sola potencia fraccionaria:

$$a) \sqrt{a} \cdot a^{\frac{2}{3}} \quad b) (\sqrt{a})^{\frac{1}{2}} \quad c) \sqrt{a\sqrt{a}} \quad d) 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{\frac{1}{32}}$$

[sol] a) $a^{7/6}$ b) $a^{1/4}$ c) $a^{3/4}$ d) 1

12. Halla, sin utilizar calculadora, el valor de:

$$a) \sqrt{\frac{10}{0,1}} \cdot 169 \quad b) \sqrt{144 \cdot \frac{0,09}{100}} \quad c) \sqrt{81 \cdot 144 \cdot 400} \quad d) \sqrt[3]{-8 \cdot 27 \cdot 64}$$

[sol] a) 130; b) 0,36; c) 2160; d) -24

13. Reduce todo lo posible las sumas:

$$a) (1 - 2\sqrt{2})^2 - (1 + 2\sqrt{2})^2 \quad b) (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) + (2\sqrt{2})^2$$

[sol] a) $-8\sqrt{2}$ b) 9

14. Reduce las sumas:

$$a) 4\sqrt{\frac{75}{4}} + 2\sqrt{3} - \frac{7}{3}\sqrt{27} + \sqrt{\frac{48}{9}} \quad b) -2\sqrt{\frac{20}{27}} + \sqrt{\frac{125}{3}} - \frac{6}{5}\sqrt{\frac{45}{12}} - 3\sqrt{\frac{5}{3}}$$

[sol] a) $\frac{19\sqrt{3}}{3}$ b) $-\frac{25}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$

15. Suma, simplificando todo lo posible:

$$a) 2\sqrt{x^3y} - 2\sqrt{xy^3} + 3\sqrt{(xy)^3} - \sqrt{16xy}$$

$$b) \sqrt{a^3 - a^2b} + \sqrt{(a-b)(a^2 - 2ab + b^2)} + \sqrt{ab^2 - b^3}$$

[sol] a) $(2x-2y+3xy-2)\sqrt{xy}$ b) $2a\sqrt{a-b}$

16. Racionaliza: a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{4\sqrt{2}}$ d) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ e) $\left(\frac{x^2}{\sqrt{x^3}}\right)^2$

[sol] a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}-3}{6}$ e) x

17. Racionaliza las fracciones: a) $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-2}$ c) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

[sol] a) $\frac{\sqrt{3}-3}{-2}$ b) $\frac{5+\sqrt{5}}{8}$ c) $\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$

18. Calcula: a) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{80} - 2\sqrt{125}}{\sqrt{40}}$ b) $\frac{\sqrt{24} - \sqrt{150} + 4\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

[sol] a) $-\sqrt{2}$; b) 9

19. Suma y simplifica $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-2} - \frac{5}{\sqrt{3}+3} + \frac{2}{\sqrt{3}}$ [sol] $\frac{7(\sqrt{3}-1)}{4}$