Tema 4. Divisibilidad Resumen

Un número es divisible por otro cuando su división es exacta.
Ejemplo:
a) 21 es divisible por 3. b) 40 es divisible por 8. c) 18 no es divisible por 5.

Decir que un número es divisible por otro es lo mismo que decir que el número mayor es múltiplo del menor. (Salvo el 0, que es múltiplo de todos los demás números).
Ejemplo:
a) 21 es múltiplo de 3. b) 100 es múltiplo de 25. c) 25 no es múltiplo de 4.

En general, decir que "*a* es divisible por *b* " es lo mismo que decir "*a* es múltiplo de *b*".
También puede decirse que *b* es divisor de *a*.

- Si *a* es múltiplo de *b* entonces *b* es divisor de *a*, y viceversa.
- Todo número natural tiene infinitos múltiplos, que se obtiene multiplicándolo por 0, 1, 2…
- Todo número natural es divisor y múltiplo de sí mismo.
- El número 1 es divisor de todos los números.

Divisores de un número; números primos

Un número puede tener varios divisores. Para hallar los divisores de un número hay que dividirlo por 2, 3, 4,…: si la división es exacta, se obtiene un divisor del número.
Ejemplo:
a) Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6, y 12.
b) Los divisores de 21 son 1, 3, 7 y 21.

Números primos

1	2	3	5
7	11	13	17
19	23	29	31
37	41	43	47
53	59	61	67
71	73	79	83
89	97		

- Si un número sólo es divisible por sí mismo y por la unidad se llama primo.
- Si un número tiene más de dos divisores se llama compuesto.

Ejemplo:
a) Los números 7, 17 y 23 son primos.
b) Los números 8, 25 y 40 son compuestos.

Criterios de divisibilidad

- Divisibilidad por 2. Un número es divisible por 2 si es par.

Ejemplos: 2, 24 o 130.

- Divisibilidad por 3. Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras en múltiplo de 3.

Ejemplos:
a) 99, 132 o 2124 son múltiplos de 3, pues sus cifras suman, respectivamente, 18, 6 o 9, que son números múltiplos de 3.
b) Los números 122 o 2222 no son múltiplos de 3.

- Divisibilidad por 5. Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

Ejemplos: 35, 70 y 135.

- Divisibilidad por 9. Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras en múltiplo de 9.

Ejemplos:
a) 909 y 1035 son múltiplos de 9, pues sus cifras suman, respectivamente, 18 y 9, que son números múltiplos de 3.
b) El número 1035 es múltiplo de 45, pues múltiplo de 5 y de 9 a la vez.

Expresión de un número como producto. Descomposición de un número en factores primos

Descomponer un número en factores es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.

Ejemplo:

$72 = 2 \cdot 36$; o también, $72 = 8 \cdot 9 = 24 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 12$. Hay varias posibilidades.

- Factor de un número es cada uno de sus divisores.
- Factorizar un número es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.
- Un número puede descomponerse factorialmente de varias maneras.

Cuando todos los factores son primos se dice que el número está descompuesto como producto de factores primos. Los factores primos se obtienen mediante divisiones sucesivas.

- Un número puede descomponerse en producto de sus factores primos de manera única, salvo el orden de esos factores.

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$32 = 2^5 \qquad 100 = 2^2 \cdot 5^2$

Ejemplo:

a) 72 puede escribirse como: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow 72 = 2^3 \cdot 3^2$.

b) $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$. Observa: $50 : 2 = 25 \rightarrow 25 : 5 = 5 \rightarrow 5 : 5 = 1$.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos números

Dos números pueden tener varios divisores comunes. El mayor de ellos se llama máximo común divisor: m.c.d.

Ejemplo:

Los números 48 y 36 tienen varios divisores comunes. El mayor de ellos es 12.

Divisores de 48: **1, 2, 3, 4, 6**, 8, **12**, 16, 24 y 48.

Divisores de 36: **1, 2, 3, 4, 6**, 9, **12**, 18 y 36.

Dos números tienen infinitos múltiplos comunes. El menor de ellos se llama mínimo común múltiplo: m.c.m.

Ejemplo:

Los números 48 y 36 tienen infinitos múltiplos comunes. El menor de ellos es 12.

Múltiplos de 48: 48, 96, **144**, 192, 240, **288**,…, **432**,…, **576**…

Múltiplos de 36: 36, 72, 108, **144**, 180, 216, 252, **288**,…, **432**,…, **576**…

Criterio para hallar el m.c.d. y el m.c.m. de dos números.

Para calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos o más números se descomponen los números dados en sus factores primos.

- El m.c.d. se obtiene multiplicando los factores primos comunes a ambos números (en este criterio suele añadirse “con el menor exponente”).
- El m.c.m. se obtiene multiplicando los factores primos comunes y no comunes a ambos números (afectados con el mayor exponente).

Ejemplo:

Los números 48 y 36 se descomponen así: $48 = 2^4 \cdot 3$; $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

m.c.d.$(48, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$. m.c.m.$(48, 36) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$.