

Tema 10. (I) Expresiones algebraicas

Resumen

¿Qué es una expresión algebraica?

Son las expresiones en las que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales.

Ejemplos: Son expresiones algebraicas las siguientes:

a) $a + 2b - 3$ b) $2 \cdot x$ c) $x^2 - 2 \cdot x$ d) $2 \cdot x = 14$ e) $2 \cdot a^2 \cdot b - 4 \cdot b + 5$

- El punto de multiplicar suele quitarse cuando está entre números y letras o entre letras. Así, las expresiones algebraicas del ejemplo anterior se pueden escribir como sigue:

a) $a + 2b - 3 = a + 2b - 3$ b) $2 \cdot x = 2x$ d) $2x = 14$ e) $2a^2b - 4b + 5$

- Las letras pueden tomar valores. Esos valores suelen indicarse: decir cuánto valen. Otras veces hay que calcularlos: descubrirlos.

Ejemplos: a) Si se dice que $a = 5$ y $b = -7$, entonces, las expresiones algebraicas:

$$a + 2b - 3 = 5 + 2 \cdot (-7) - 3 = 5 - 14 - 3 = 5 - 17 = -12.$$

$$2a^2b - 4b + 5 = 2 \cdot 5^2 \cdot (-7) - 4 \cdot (-7) + 5 = 2 \cdot 25 \cdot (-7) + 28 + 5 = -350 + 33 = -317.$$

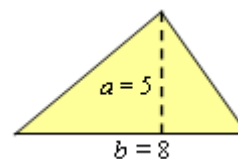
Observa que al sustituir las letras por números hay que poner los puntos de multiplicar.

b) Si $x = 3$, entonces: $2x = 2 \cdot 3 = 6$; $x^2 - 2 \cdot x = 3^2 - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = 3$.

c) La expresión $2x = 14$ es una ecuación. En este caso se trata de encontrar el valor que debe tomar x para que se cumpla la igualdad. Es fácil ver que el único valor posible es $x = 7$.

- Las fórmulas son expresiones algebraicas.

Ejemplo: La fórmula que da el área de un triángulo es $A = \frac{b \cdot a}{2}$, donde b representa la base y a la altura. Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es: $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.



Monomios

Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tienen un término.

Un término es: un número; una letra; o un producto de números por letras.

Ejemplos: a) Cualquier número es un término. Así, 8, -3 o $\frac{4}{3}$ son términos, que por no tener

ninguna letra multiplicando se llaman términos independientes.

b) Cualquier letra es un término. Así, a , b o x son términos.

c) Cualquier producto de números por letras es un término. Así, $3 \cdot a$, $-4 \cdot a \cdot x$ o $x \cdot x$ son términos. Esos términos suele escribirse omitiendo los puntos. Así: $3a$, $-4ax$ o x^2 .

d) La expresión $2a^2b - 4b + 5$ no es un monomio, pues está formada por tres términos. Por tanto, si hay sumas o restas la expresión no es un monomio. Se llamará polinomio.

- En un monomio, al número se le llama coeficiente; a la letra o letras que lo multiplican se le llama parte literal.

Ejemplo: La parte literal de $3a$, $-4ax$ y x^2 es, respectivamente, a , ax y x^2 . Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, -4 y 1.

Observa que cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sola con signo negativo, su coeficiente es -1. No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de $-ab^2$ y de x^3 son, respectivamente, -1 y 1.

- El grado de un monomio es el grado de la parte literal, que es la suma de los grados de las letras que la forman.

Ejemplo: El grado de $3a$ es 1; el grado de x^2 es 2; el grado de $2a^2b$ es 3.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ son semejantes.

b) También son semejantes los monomios: x^2 y $6x^2$; y, $2a^2b$ y $3a^2b$.

c) No son semejantes: $3a$ y $2ab$. Tampoco lo son $2x^2$ y $3x$.

Suma y resta de monomios

Sólo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes, los que tienen la misma parte literal.

Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.

Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ pueden sumarse y restarse. Esto es, pueden hacerse las operaciones: $3a + 5a$ y $3a - 5a$

b) Los monomios $2x^2$ y $3x$ no pueden sumarse ni restarse. Las operaciones $2x^2 + 3x$ y $2x^2 - 3x$ no pueden realizarse.

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejemplos:

a) $3a + 5a = (3 + 5)a = 8a$; b) $3a - 5a = (3 - 5)a = -2a$; c) $a + a + a = 3a$;

d) $2x^2 + 3x$ se deja indicada, como está.

- La suma y resta de expresiones algebraicas cumplen las mismas propiedades que la suma y resta de números. Habrá que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:

a) $2a + 7a = 7a + 2a = 9a$; b) $5a - (a - 3a) = 5a - (-2a) = 5a + 2a = 7a$.

Producto de monomios

Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras.

Ejemplos:

a) $(3a)(5a) = (3 \cdot 5)(a \cdot a) = 15a^2$; b) $(3a)(-5a) = (3 \cdot (-5))(a \cdot a) = -15a^2$;

c) $a \cdot a \cdot a = a^3$; d) $(2x^2)(3x) = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x = 6x^3$.

$$\begin{aligned} xxx &= x^3 \\ a^2 a^4 &= a^6 \\ yy^5 y^7 &= y^{13} \\ 5n^5 n^2 n &= 5n^8 \end{aligned}$$

División de monomios

Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción

Ejemplos:

a) $\frac{12a^2}{3a} = \frac{12}{3} \cdot \frac{a^2}{a} = 4a$; b) $\frac{5x^2}{15x} = \frac{5}{15} \cdot \frac{x^2}{x} = \frac{1}{3}x = \frac{x}{3}$;

c) $\frac{-10x^2y}{5xy^2} = \frac{-10}{5} \cdot \frac{x^2}{x} \cdot \frac{y}{y^2} = -2x \cdot \frac{1}{y} = -\frac{2x}{y}$.