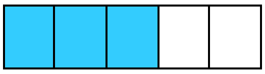
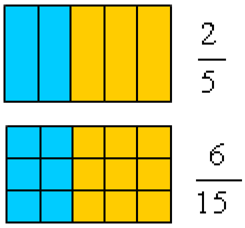
Tema 4. Fracciones (I) **Resumen**



Una fracción suele considerase como "la parte de un todo" que ha sido dividido en porciones iguales. Así, $\frac{3}{5}$ indica que se toman 3 trozos de algo que se ha dividido en 5 trozos iguales. Es la parte coloreada en la figura.
El número de arriba se llama numerador e indica cuántas son las partes que se toman; el número de abajo se llama denominador, e indica en cuántas partes se ha dividido la cosa.

- Para otras interpretaciones, véase, en esta web, los Conceptos Básicos del Tema 7 de 1º de ESO.



Dos fracciones son equivalentes cuando valen lo mismo. Así, $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$.

→ Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y denominador de esa fracción por un mismo número distinto de cero. Esto es: $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a:n}{b:n}$.

Simplificar una fracción buscar otra, equivalente a ella, cuyos términos sean más sencillos, más pequeños. Para ello se dividen los dos términos entre el mismo número. Una fracción que no se puede simplificar se llama irreducible.

Ejemplos: a) $\frac{24}{36}=\left(\frac{24:2}{36:2}\right)=\frac{12}{18}=\left(\frac{12:6}{18:6}\right)=\frac{2}{3}$. b) $\frac{375}{1000}=[:25]=\frac{15}{40}=[:5]=\frac{3}{8}$.

Reducción de dos o más fracciones a común denominador

Para reducir fracciones a común denominador se halla un número que sea múltiplo de los denominadores; a continuación se buscan fracciones equivalentes a las dadas pero con ese denominador común.
Un denominador común se obtiene multiplicando los denominadores de todas las fracciones.

- Aunque sea más costoso, se prefiere hallar fracciones con el menor denominador común, que se obtiene calculado el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Ejemplo: Dadas las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{12}$, las equivalentes a ellas con el mismo denominador son, respectivamente, $\frac{3\cdot 12}{8\cdot 12}$ y $\frac{7\cdot 8}{12\cdot 8}$. Esto es: $\frac{36}{96}$ y $\frac{56}{96}$.

- Si optamos por hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores, mcm(8, 12) = 24, las fracciones obtenidas serán: $\frac{3\boxed{\cdot 3}}{8\boxed{\cdot 3}}$ y $\frac{7\boxed{\cdot 2}}{12\boxed{\cdot 2}}$. Esto es: $\frac{9}{24}$ y $\frac{14}{24}$.

(Como el denominador 8 se multiplica por 3, 24 = 8 · 3, también debe multiplicarse por 3 el numerador correspondiente: 3 · 3 = 9. Igualmente, como el denominador 12 se ha multiplicado por 2, 24 = 12 · 2, también su numerador debe multiplicarse por 2: 7 · 2 = 14).

Suma y resta de fracciones

- Si las fracciones tienen el mismo denominador: la fracción suma o resta es la que tiene por numerador la suma o resta de los numeradores y por denominador el común.

Ejemplo: a) $\frac{4}{15}-\frac{7}{15}+\frac{8}{15}=\frac{4-7+8}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$. b) $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}-\frac{12}{9}=\frac{4+5-12}{9}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$.

- Si las fracciones tienen distinto denominador: se reducen a común denominador y se procede como antes.

Ejemplo: a) $\frac{13}{9}+\frac{5}{12}=\frac{52}{36}+\frac{15}{36}=\frac{52+15}{36}=\frac{67}{36}$. b) $\frac{7}{15}-\frac{4}{9}=\frac{21}{45}-\frac{20}{45}=\frac{21-20}{45}=\frac{1}{45}$.

Suma o resta de números enteros y fracciones

Si se escribe el número como una fracción con denominador 1, la operación se reduce a alguna de las anteriores. También puede aplicarse directamente las fórmulas:

$$a \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm c}{d}; \qquad \frac{a}{b} \pm c = \frac{a \pm cb}{b}.$$

Ejemplos: a) $3 + \frac{4}{15} = \frac{3}{1} + \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 15 + 4}{15} = \frac{49}{15}$. b) $4 - \frac{3}{7} = \frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 7 - 3}{7} = \frac{25}{7}$.

a) $\frac{4}{7} + 2 = \frac{4}{7} + \frac{2}{1} = \frac{4 + 2 \cdot 7}{7} = \frac{18}{7}$. b) $\frac{3}{8} - 5 = \frac{3}{8} - \frac{5}{1} = \frac{3 - 5 \cdot 8}{8} = \frac{-37}{8}$.

Multiplicación de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador, el producto de los denominadores. Esto es: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Ejemplo: a) $\frac{4}{7} \cdot \frac{(-5)}{12} = \frac{4 \cdot (-5)}{7 \cdot 12} = \frac{-20}{84} = -\frac{5}{21}$. b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 10} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$.

Multiplicación de un número entero por una fracción

La fracción resultante tiene como numerador el producto del número por el numerador; el denominador será el mismo. Esto es: $a \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{d}$ y $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Ejemplos: a) $7 \cdot \frac{5}{11} = \frac{7 \cdot 5}{11} = \frac{35}{11}$. b) $\frac{3}{14} \cdot 6 = \frac{3 \cdot 6}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$.

División de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda, y como denominador, el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Esto es, sus términos se multiplican en cruz → $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Ejemplos: a) $\frac{6}{7} : \frac{3}{9} = \frac{6 \cdot 9}{7 \cdot 3} = \frac{54}{21} = \frac{18}{7}$. b) $\frac{3}{11} : \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{3}{11} : \frac{(-6)}{7} = \frac{3 \cdot 7}{11 \cdot (-6)} = \frac{21}{-66} = -\frac{7}{22}$.

División de un número entero por una fracción y de una fracción por un número entero

Escribiendo el número entero como una fracción con denominador 1 la operación se hace como se ha indicado en general. Esto es: $a : \frac{c}{d} = \frac{a}{1} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{c}$; $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b \cdot c}$.

Ejemplos: a) $4 : \frac{5}{7} = \frac{4}{1} : \frac{5}{7} = \frac{28}{5}$. b) $\frac{3}{8} : (-2) = \frac{3}{8} : \frac{(-2)}{1} = \frac{3}{8 \cdot (-2)} = \frac{3}{-16} = -\frac{3}{16}$.

Prioridad de operaciones y uso de paréntesis

Cuando las operaciones aparecen combinadas, primero se resuelven los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones; por último, las sumas y restas.

Ejemplos: a) $\frac{9}{20} - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) = \frac{9}{20} - \left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{15}{20} + \frac{4}{20}\right) = \frac{9}{20} - \frac{1}{9} \cdot \frac{19}{20} = \frac{9}{20} - \frac{19}{180} =$

$= \frac{81}{180} - \frac{19}{180} = \frac{62}{180} = \frac{31}{90}$.

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3}{36} - \frac{1}{5} = \frac{15}{180} - \frac{36}{180} = \frac{-21}{180} = -\frac{7}{60}$.