

Tema 5. (II) Porcentajes

Resumen

Un porcentaje se puede estudiar como una razón: es una fracción con denominador 100.

Ejemplo: Un 16 por ciento (16 %) es la razón $\frac{16}{100}$.

Los problemas de porcentajes son problemas de fracciones.

Ejemplo: El 16 % de 1200 = la fracción $\frac{16}{100}$ de 1200 = $\frac{16}{100} \cdot 1200 = 0,16 \cdot 1200 = 192$.

Un porcentaje puede calcularse multiplicando por el número decimal asociado.

Ejemplo: El número decimal asociado al 16 % es $\frac{16}{100} = 0,16$. Por tanto, para hallar el 16 % de cualquier cantidad se multiplicará esa cantidad por 0,16.
Así 16 % de 1200 = $1200 \cdot 0,16 = 192$.

Los problemas de porcentajes son problemas de proporciones (de reglas de tres).

En general, los problemas de porcentajes tratan de encontrar algún término desconocido de la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Los cuatro términos de la proporción serán, no necesariamente en este orden: (a) el %; (b) 100; (c) la parte (el tanto por cien correspondiente); (d) la cantidad total.

Ejemplo: El 16 % de 1200 se calcula resolviendo la proporción: $\frac{16}{100} = \frac{c}{1200} \Rightarrow c = 192$.

La regla de tres asociada es:

Si a 100 \rightarrow 16

$$\text{a } 1200 \rightarrow x \Rightarrow \frac{16}{100} = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 1200}{100} = 192 \text{ €.}$$

Cálculo del total conocidos el % y la parte correspondiente.

Ejemplo: Juan ha realizado ya el 30 % de un encargo, para lo que ha empleado 18 horas. ¿Cuántas horas totales necesita ese encargo para que lo realice Juan?

La regla de tres es:

Si el 30 % \rightarrow son 18 h

$$\text{el } 100 \% \rightarrow \text{serán } x \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 100}{30} = 60 \text{ horas.}$$

Cálculo del porcentaje conocidos el total y la parte correspondiente a ese porcentaje.

Ejemplo 1: De una deuda de 2500 € se han pagado 800 €. ¿Qué porcentaje se ha pagado?

La regla de tres es:

Si de 2500 \rightarrow se han pagado 800

$$\text{de } 100 \rightarrow \text{se ha pagado } x \Rightarrow \frac{2500}{100} = \frac{800}{x} \Rightarrow x = \frac{800 \cdot 100}{2500} = 32 \text{ \%}.$$

Ejemplo: Un ordenador portátil que valía 550 € se vende en rebajas por 467,5 €. ¿Qué porcentaje se ha rebajado?

La regla de tres es:

Si de 550 \rightarrow rebajan 82,5 \rightarrow (550 - 467,5 = 82,5)

$$\text{de } 100 \rightarrow \text{rebajarán } x \Rightarrow \frac{550}{100} = \frac{82,5}{x} \Rightarrow x = \frac{82,5 \cdot 100}{550} = 15 \text{ \%}.$$

Aumentos porcentuales

Cuando a una cantidad inicial se le añade un tanto por ciento de la misma cantidad, se habla de aumentos porcentuales. (Es lo propio de las subidas de precios.)

Ejemplo: Si el precio de los libros de texto ha aumentado, del año pasado a este, el 12 %, ¿cuánto valdrá este año lo que valía 230 € el pasado?

La cantidad que aumenta es el 12 % de 230 = $0,12 \cdot 230 = 27,6$ €.

El precio que debe pagarse es lo que valía + el aumento. Esto es: $230 \text{ €} + 27,6 \text{ €} = 257,6 \text{ €}$.

Calculo directo de aumentos porcentuales

1. Para aumentar un porcentaje a una cantidad se multiplica esa cantidad por $1 + \frac{\text{porcentaje}}{100}$.

Ejemplo: Si el precio de los libros de texto ha aumentado del año pasado a este el 12 %, ¿cuánto valdrá este año lo que valía 230 € el pasado?

La cantidad a pagar será: $230 \cdot (1 + 0,12) = 230 \cdot 1,12 = 257,6$ €.

2. Para aumentar un porcentaje a una cantidad se puede hacer una regla de tres directa, teniendo en cuenta que a 100 le corresponde $100 + \text{porcentaje}$.

Ejemplo: Si el precio de un juego de ordenador ha aumentado, del año pasado a este, un 7 %, ¿cuánto valdrá este año si el pasado costaba 32 €?

El planteamiento es:

Si a 100 € → 107 € (eso es lo que supone un aumento del 7 %)

$$\text{a } 32 \text{ €} \rightarrow x \text{ €} \Rightarrow 100 \cdot x = 107 \cdot 32 \Rightarrow x = \frac{107 \cdot 32}{100} = 34,24 \text{ €}.$$

Sugerencia. Alterna el método de solución en estos dos ejemplos y comprueba que el resultado es el mismo.

Disminuciones porcentuales

Cuando a una cantidad inicial se le quita un tanto por ciento de la misma cantidad, se habla de disminuciones porcentuales. (Es lo propio de las rebajas de precios.)

Ejemplo: Si el precio de un teléfono móvil se ha rebajado un 20 %, ¿cuánto costará si antes de las rebajas costaba 245 €?

La cantidad rebajada es el 20 % de 245 = $0,20 \cdot 245 = 49$ €.

El precio que debe pagarse es lo que valía menos la rebaja. Esto es: $245 - 49 = 196$ €.

Calculo directo de aumentos porcentuales

1. Para disminuir un porcentaje a una cantidad se multiplica esa cantidad por $1 - \frac{\text{porcentaje}}{100}$.

Ejemplo: Si el precio de un teléfono móvil se ha rebajado un 20 %, ¿cuánto costará si antes de las rebajas costaba 245 €?

La cantidad a pagar será: $245 \cdot (1 - 0,20) = 245 \cdot 0,80 = 196$ €.

2. Para disminuir un porcentaje a una cantidad se puede hacer una regla de tres directa, teniendo en cuenta que a 100 le corresponde $100 - \text{porcentaje}$.

Ejemplo: Si el precio de un juego de ordenador se ha rebajado (disminuido) un 8 %, ¿cuánto valdrá si antes de la rebaja valía 248 €?

El planteamiento es:

Si a 100 € → 92 € (eso es lo que supone una rebaja del 8 %)

$$\text{a } 248 \text{ €} \rightarrow x \text{ €} \Rightarrow 100 \cdot x = 92 \cdot 248 \Rightarrow x = \frac{92 \cdot 248}{100} = 228,16 \text{ €}.$$