

Tema 6. (I) Álgebra

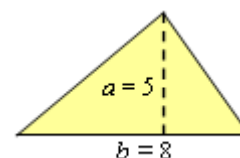
Resumen

Una expresión algebraica es aquella en la que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales.

El álgebra utiliza esas expresiones para establecer relaciones de carácter genérico, pues las letras pueden tomar cualquier valor.

- El álgebra permite dar fórmulas generales. Así, el área de cualquier triángulo es $A = \frac{b \cdot a}{2}$, siendo b la base y a la altura.

Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es: $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.



- El álgebra permite expresar propiedades generales. Así, para indicar que una operación, por ejemplo la suma, cumple la propiedad conmutativa, se escribe: $a + b = b + a$.
- El álgebra permite manejar números de valor desconocido. Así, si con la letra x se designa un número desconocido:

El doble de x es $2x$, que significa $2 \cdot x$. Por tanto, si x valiese 8, $2x$ valdría 16.

La mitad de x es $x : 2 = \frac{x}{2} \rightarrow$ Si x valiese 100, $\frac{x}{2}$ valdría 50.

El cuadrado de x es x^2 , que significa $x \cdot x \rightarrow$ si x valiese 7, $x^2 = 7 \cdot 7 = 49$.

La suma $2x + 5x$ es igual a $7x$. Igualmente: $\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}x = \frac{8}{3}x$; y $x - \frac{x}{3} = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$.

- El álgebra permite establecer relaciones entre números. Así, para indicar que dos números son consecutivos se les da valores x y $x + 1$. escribe

Monomios. Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tiene un término.

Un término es: un número; una letra; o un producto de números por letras.

Ejemplos: a) Cualquier número es un término. Así, 8, -3 o $\frac{4}{3}$ son términos, que por no poder variar se llaman constantes.

b) Cualquier letra es un término. Así, a , b o x son términos.

c) Cualquier producto de números por letras es un término. Así, $3 \cdot a$, $-4 \cdot a \cdot x$ o $x \cdot x$ son términos. Esos términos suele escribirse omitiendo los puntos de multiplicar. Esto es:

$3 \cdot a = 3a$, $-4 \cdot a \cdot x = -4ax$ o $x \cdot x = x^2$.

d) La expresión $2a^2b - 4b + 5$ no es un monomio, pues esta formada por tres términos. Por tanto, si hay sumas o restas la expresión no es un monomio. Se llamará polinomio.

- En un monomio, al número se le llama coeficiente; a la letra o letras que lo multiplican se le llama parte literal.

Ejemplo: La parte literal de $3a$, $-4ax$ y x^2 es, respectivamente, a , ax y x^2 . Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, -4 y 1.

Observa que cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sola con signo negativo, su coeficiente es -1 . No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de $-ab^2$ y de x^3 son, respectivamente, -1 y 1.

- Valor numérico de un monomio es el valor que se obtiene cuando se sustituyen las letras por números. Así, en $-ab^2$, si $a = 3$ y $b = -2$, su valor es $-3 \cdot (-2)^2 = -3 \cdot 4 = -12$.

- El grado de un monomio es el grado de la parte literal, que es la suma de los grados de las letras que la forman.

Ejemplo: El grado de $3a$ es 1; el grado de x^2 es 2; el grado de $2a^2b$ es 3.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

Ejemplos:

- Los monomios $3a$ y $5a$ son semejantes.
- También son semejantes los monomios: x^2 y $6x^2$; y, $2a^2b$ y $3a^2b$.
- No son semejantes: $3a$ y $2ab$. Tampoco lo son $2x^2$ y $3x$.

Suma y resta de monomios

Solo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes.

Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.

Ejemplos:

- Los monomios $3a$ y $5a$ pueden sumarse y restarse. Esto es, pueden hacerse las operaciones: $3a + 5a$ y $3a - 5a$
- Los monomios $2x^2$ y $3x$ no pueden sumarse ni restarse. Las operaciones $2x^2 + 3x$ y $2x^2 - 3x$ no pueden realizarse, se dejan así.

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejemplos:

- $3a + 5a = (3 + 5)a = 8a$;
- $3a - 5a = (3 - 5)a = -2a$;
- $2x + 7x - 5x = 4x$.
- $2x^2 + 3x$ se deja indicada, como está.
- $2x + 7x - 5 = 9x - 5$.

- La suma y resta de expresiones algebraicas cumplen las mismas propiedades que la suma y resta de números. Habrá que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:

- $2a + 7a = 7a + 2a$;
- $5a - (a - 3a) = 5a - (-2a) = 5a + 2a = 7a$.

Producto de monomios

Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras.

Ejemplos:

- $(3a)(5a) = (3 \cdot 5)(a \cdot a) = 15a^2$;
- $(3a)(-5a) = (3 \cdot (-5))(a \cdot a) = -15a^2$;
- $x \cdot x \cdot x = x^3$;
- $(2x^2)(3x) = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x = 6x^3$.

División de monomios

Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción

Ejemplos:

- $\frac{12a^2}{3a} = \frac{12}{3} \cdot \frac{a^2}{a} = 4a$;
- $\frac{10a^2b}{15ab^3} = \frac{10}{15} \cdot \frac{a^2}{a} \cdot \frac{b}{b^3} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{2a}{3b^2}$;
- $\frac{5x^2}{15x} = \frac{5}{15} \cdot \frac{x^2}{x} = \frac{1}{3}x = \frac{x}{3}$;
- $\frac{-10x^2y}{5xy^2} = \frac{-10}{5} \cdot \frac{x^2}{x} \cdot \frac{y}{y^2} = -2x \cdot \frac{1}{y} = -\frac{2x}{y}$.