Tema 6. (II) Polinomios Resumen

Un polinomio es la suma de varios monomios. Si la suma es de dos monomios se le puede llamar binomio; si es suma de tres monomios, trinomio. Y en general, polinomio.

- Cada uno de los monomios que forman el polinomio se llama término. Como sabes, cada término está formado por una parte numérica (coeficiente) y por una parte literal.
- El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

Ejemplos: a) Son binomios: $3a-5b$, $3x-7$; x^2+2x; $2x^3-\frac{3}{5}x$. El último es de grado 3.

b) Son trinomios: $-2ax+3a-5x$; $3x^2+2x-4$; $x^2-\frac{1}{3}x+2$. Los tres son de grado 2.

Polinomios en *x*. En matemáticas la mayoría de las veces se utiliza la letra *x*. Por eso, casi siempre se emplean polinomios como $4x^3+5x-6$ o $-2x^2+7x+3$; y con frecuencia se escriben así: $A(x)=4x^3+5x-6$ o $B(x)=-2x^2+7x+3$. La expresión más común es $P(x)$.

Ejemplo: La expresión $P(x)=2x^5-4x^3+5x-6$ es un polinomio de grado 5. Los términos que lo forman son: $2x^5$, de grado 5 y coeficiente 2; $-4x^3$, de grado 3 y coeficiente –4; $5x$, de grado 1 y coeficiente 5; el número –6 es el término independiente.
Ese polinomio no tiene los términos de 4º grado ni de 2º; pero, si conviene, podría escribirse así: $P(x)=2x^5+0x^4-4x^3++0x^2+5x-6 \to$ los coeficientes, ordenados de mayor a menor grado, son: 2 (para x^5), 0 (para x^4), –4 (para x^3), 0 (para x^2), 5 (para *x*); –6 (término independiente).

Valor numérico de una expresión algebraica es el número que resulta cuando se sustituyen las letras por números.

Ejemplo: El valor numérico de $P(x)=5x^2+2x-4$ para *x* = 3 es

$5\cdot 3^2+2\cdot 3-4=45+6-4=47 \to P(3)=47$.

Y para *x* = –2 es: $5\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)-4=5\cdot 4-4-4=20-8=12 \to P(-2)=12$.

Operaciones con polinomios

- Suma y resta de polinomios

Para sumar polinomios se suman o restan los términos semejantes.

Ejemplos: Para los polinomios: $4x^3+5x-6$ y $3x^3-2x^2+7x$:
a) $(4x^3+5x-6)+(3x^3-2x^2+7x)=(4x^3+3x^3)-2x^2+(5x+7x)-6=7x^3-2x^2+12x-6$.
b) $(4x^3+5x-6)-(3x^3-2x^2+7x)=(4x^3-3x^3)-(-2x^2)+(5x-7x)-6=x^3+2x^2-2x-6$.
Observación: es imprescindible tener en cuenta las reglas de los signos.

Multiplicación de un polinomio por un monomio
Se multiplica cada término del polinomio por el monomio; para ello se utiliza la propiedad distributiva del producto y las reglas de la potenciación.

Ejemplo: $4x^2\cdot(3x^3-2x^2+7x)=(4x^2\cdot 3x^3)+(4x^2\cdot(-2x^2))+(4x^2\cdot 7x)=12x^5-8x^4+28x^3$
Observación: es imprescindible tener en cuenta las reglas de los signos.

Multiplicación de dos polinomios

Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo: “todos por todos”. Esto es, se aplica la propiedad distributiva del producto y las reglas de la potenciación. Una vez realizados los productos deben agruparse los términos semejantes.

Ejemplos:

a) $(5x-6)\cdot(2x^2-3x+1)=(5x)\cdot(2x^2-3x+1)-6\cdot(2x^2-3x+1)=$

$=(5x\cdot 2x^2)+(5x\cdot(-3x))+(5x\cdot 1)-(6\cdot 2x^2)-(6\cdot(-3x))-(6\cdot 1)=$

$=10x^3-15x^2+5x-12x^2+18x-6=10x^3-27x^2+23x-6$.

b) $(4x^3+5x-6)\cdot(3x^3-2x^2+7x)=(4x^3\cdot 3x^3)+(4x^3\cdot(-2x^2))+(4x^3\cdot 7x)+$

$+(5x\cdot 3x^3)+(5x\cdot(-2x^2))+(5x\cdot 7x)-(6\cdot 3x^3)-(6\cdot(-2x^2))-(6\cdot 7x)=$

$=12x^6-8x^5+28x^4+15x^4-10x^3+35x^2-18x^3+12x^2-42x=$

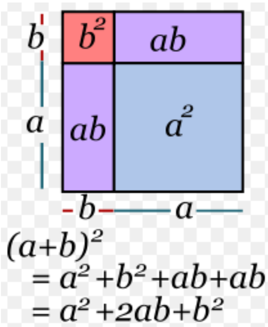
$=12x^6-8x^5+43x^4-28x^3+47x^2-42x$.

Observaciones: 1) Cuando una expresión algebraica no cabe en una línea debe “romperse” por un signo + o –, nunca por un producto.

2) Es imprescindible tener en cuenta las reglas de los signos, tanto al multiplicar como al sumar; y las propiedades de las operaciones con potencias.

Productos notables:

Cuadrado de una suma: $(a+b)^2$



Multiplicando como dos polinomios:

$(a+b)^2=(a+b)\cdot(a+b)=a\cdot a+a\cdot b+b\cdot a+b\cdot b=a^2+2ab+b^2 \rightarrow$

$\underline{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$

Ejemplos:

a) $(3x+5)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 5+5^2=9x^2+30x+25$.

b) $(x^2+1)^2=(x^2)^2+2\cdot x^2\cdot 1+1^2=x^4+2x^2+1$.

Cuadrado de una diferencia: $(a-b)^2$

Multiplicando como dos polinomios:

$(a-b)^2=(a-b)\cdot(a-b)=a\cdot a+a\cdot(-b)-b\cdot a-b\cdot(-b)=a^2-2ab+b^2 \rightarrow \underline{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$

Ejemplos:

a) $(4x-3)^2=(4x)^2-2\cdot 4x\cdot 3+3^2=16x^2-24x+9$.

b) $(5-x^2)^2=5^2-2\cdot 5\cdot x^2+(x^2)^2=25-10x^2+x^4$.

Suma por diferencia: $(a+b)\cdot(a-b)$

Multiplicando como dos polinomios:

$(a+b)\cdot(a-b)=a\cdot a+a\cdot(-b)+b\cdot a+b(-b)=a^2-b^2 \rightarrow \underline{(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2}$

Ejemplos:

a) $(4x+3)\cdot(4x-3)=(4x)^2-3^2=16x^2-9$.

b) $(2+x^2)\cdot(2-x^2)^2=2^2-(x^2)^2=4-x^4$.