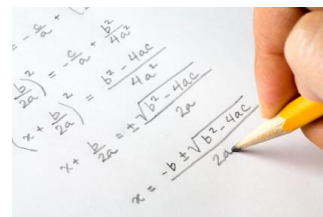


Tema 7. (II) Ecuaciones de segundo grado

Resumen

Ecuaciones de segundo grado

La ecuación en su forma estándar es $ax^2 + bx + c = 0$.
(Donde a , b y c son números reales, con $a \neq 0$).



Ejemplos: Son ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 + 4x - 6 = 0$. b) $x^2 + 4x + 4 = 0$. c) $x^2 - 4x + 6 = 0$.

- Sus soluciones se hallan aplicando la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Ejemplos: Las soluciones de las ecuaciones anteriores son:

a) $2x^2 + 4x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{-4 \pm 8}{4}$.

Por tanto: $x_1 = \frac{-4 - 8}{4} = \frac{-12}{4} = -3$ y $x_2 = \frac{-4 + 8}{4} = \frac{4}{4} = 1$. Las soluciones son: $x_1 = -3$ y $x_2 = 1$.

b) $x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$. Sólo tiene una solución, $x = -2$.

c) $x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{+4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-8}}{2} \Rightarrow$ No tiene solución, pues la raíz de un número negativo no existe.

Ecuación incompleta de segundo grado

Es de la forma:

(1) $ax^2 + c = 0$, $b = 0$. (2) $ax^2 + bx = 0$, $c = 0$.

Ejemplos: Son ecuaciones incompletas de segundo grado:

a) $x^2 - 9 = 0$. b) $2x^2 - 32 = 0$. c) $x^2 - 4x = 0$. d) $3x^2 + 6x = 0$.

- Para hallar las soluciones de una ecuación incompleta no es preciso recurrir a la fórmula anterior (aunque pueden resolverse aplicándola).

Ejemplos: Las soluciones de las ecuaciones anteriores son:

a) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow$ (despejando x^2) $\Rightarrow x^2 = 9 \rightarrow$ (haciendo la raíz cuadrada) $\Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3$.

Las soluciones son $x_1 = -3$ y $x_2 = 3$.

b) $2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4$. Soluciones: $x_1 = -4$ y $x_2 = 4$.

c) $x^2 - 4x = 0 \rightarrow$ (sacando factor común) $\Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ o $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$.

Las soluciones son $x_1 = 0$ y $x_2 = 4$.

(Recuerda: para que un producto valga 0 alguno de sus factores debe valer 0. En la igualdad anterior, los factores son x y $x - 4$).

d) $3x^2 + 6x = 0 \rightarrow$ (sacando factor común) $\Rightarrow 3x(x + 2) = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$ o $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$. Las soluciones son $x_1 = 0$ y $x_2 = -2$.