

Tema 3. Potencias y raíces (I)**Resumen**Potenciación de exponente entero:

Si n es un número entero positivo: $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, n veces repetido el facto a .

Si $-n$ es un entero negativo, se define la potencia de exponente negativo así: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Igualmente: $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ y $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

Ejemplos: a) $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$ b) $\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$ c) $\frac{1}{5^{-3}} = 5^3$ d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$

Potencia de exponente 0: $a^0 = 1$; $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ **Ejemplos:** $(-4)^0 = 1$; $\left(\frac{4}{5}\right)^0 = 1$

Propiedades de la potenciación

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ **Ejemplo:** $10^6 \cdot 10^{-2} = 10^{6+(-2)} = 10^4 = 10000$;

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ **Ejemplo:** $(10^6)^{-2} = 10^{6 \cdot (-2)} = 10^{-12}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^n : a^m = a^{n-m}$ **Ejemplos:** $\frac{6^5}{6^3} = 6^{5-3} = 6^2$; $\frac{3^4}{3^{-2}} = 3^{4-(-2)} = 3^6$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ **Ejemplos:** $2^6 \cdot 5^6 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6$; $(6 \cdot 0,2)^3 = 30^3 = 6^3 \cdot (0,2)^3 = 27000$.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ **Ejemplos:** $\left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{7^2}{9^2} = \frac{49}{81}$; $\left(\frac{30}{5}\right)^3 = (6)^3 = 216$

Notación científica y potencias de base 10

Las potencias de 10 facilitan la expresión de números de muchas cifras, decimales o no.

La potencia 10^n equivale a la unidad de orden de magnitud n ; esto es, 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente n . Así:

$10^0 = 1$ (unidad) $10^1 = 10$ (decena: orden de magnitud 1)

$10^2 = 100$ (centena: magnitud 2) $10^3 = 1\ 000$ (unidad de millar: magnitud 3) ...

Si extendemos esta notación a exponentes negativos se tiene:

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ (décima) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$ (centésima)

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$ (milésima) $10^{-4} = 0,0001$ $0,00001 = 10^{-5}$...

Un número está expresado en notación científica cuando está escrito como un número decimal, mayor que 1 y menor que 10, multiplicado por una potencia de base 10 y exponente entero.

Ejemplos:

a) $1,0523 \cdot 10^{12}$ cuyo significado es 1 052 300 000 000 \rightarrow la coma decimal se traslada 12 lugares a la derecha. (Es un número del orden de billones.)

Igualmente, $160000000 = 1,6 \cdot 10^9$.

b) $4,1 \cdot 10^{-9} = 0,000\ 000\ 0041$ \rightarrow la coma decimal se traslada 9 lugares a la izquierda. (Es un número del orden de mil millonésimas.)

Igualmente, $0,00000089 = 8,9 \cdot 10^{-7}$.