

Tema 5 (I). Ecuaciones de primer grado

Resumen

Una ecuación es una igualdad en la que aparecen números y letras ligados mediante las operaciones algebraicas.

En las ecuaciones las letras se llaman incógnitas. La incógnita preferida suele ser la letra x .

Ejemplos. Son ecuaciones las igualdades siguientes: $2x - 14 = 0$; $x^2 = 25$; $x + \frac{x}{2} = 30$.

- Las ecuaciones se clasifican por su grado y por su número de incógnitas. Las ecuaciones $2x - 14 = 0$ y $x + \frac{x}{2} = 30$ son de primer grado; $x^2 = 25$ es una ecuación de segundo grado.
- Soluciones de una ecuación son los valores de la incógnita que cumplen la ecuación.
- Las ecuaciones que tienen solución se llaman compatibles; si no tienen solución se llaman incompatibles.

Ejemplos:

a) La ecuación $2x - 14 = 0$ tiene por solución $x = 7$, pues $2 \cdot 7 - 14 = 0$.

b) La ecuación $2x - 14 = 2x$ es incompatible.

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas soluciones.

Ejemplos: Los siguientes pares de ecuaciones son equivalentes:

a) $2x = 18$ y $4x = 36$ b) $2x + 3 = x + 7$ y $2x = x + 4$ c) $x + \frac{x}{2} = 30$ y $2x + x = 60$

Puedes comprobar que la solución de las dos primeras es $x = 9$; que la solución de las dos segundas es $x = 4$; y que la solución de las dos últimas es $x = 20$. (Compruébalo.)

Resolución de una ecuación

- Resolver una ecuación es encontrar sus soluciones.
- Para resolver una ecuación hay que transformarla en otra equivalente a ella, más sencilla, de manera que encontrar su solución sea fácil.
- Las transformaciones que pueden hacerse en una ecuación son dos:
 - Sumar el mismo número (la misma cosa) a los dos miembros de la igualdad. Lo que se pretende con esta transformación es cambiar los términos de un lado al otro de la igualdad. Esto se llama transposición de términos.
 - Multiplicar (o dividir) por un mismo número, distinto de 0, los dos miembros de la igualdad. Lo que se pretende con esta transformación es quitar los denominadores de la ecuación o dejar la variable con coeficiente 1; esto es, para despejar la x .

Ejemplos: a) La ecuación $3x - 3 = x + 7$ puede transformarse como sigue:

→ Se suma 3 a cada miembro → $3x - 3 = x + 7 \Leftrightarrow 3x - 3 + 3 = x + 7 + 3 \Rightarrow 3x = x + 10$

→ Se resta x a cada miembro → $3x - x = x + 10 - x \Leftrightarrow 2x = 10$.

→ Se divide por 2 cada miembro → $\frac{2x}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow x = 5$. Por tanto, la solución es $x = 5$

b) La ecuación $\frac{x-2}{5} = 1$ se transforma así:

→ Se multiplica por 5 cada miembro → $\frac{x-2}{5} \cdot 5 = 1 \cdot 5 \Leftrightarrow x - 2 = 5$

→ Se suma 2 a cada miembro → $x - 2 + 2 = 5 + 2 \rightarrow x = 7$

La solución de la ecuación es $x = 7$.

Resolución de ecuaciones de primer grado: caso general

Se pueden resolver aplicando los pasos siguientes:

1. Si hay paréntesis, se resuelven. Hay que tener en cuenta las reglas de los signos.
2. Si hay denominadores, se quitan. Para quitarlos hay que multiplicar todos los términos por un múltiplo común de los denominadores; (el m.c.m. es la mejor opción.)
3. Se pasan (transponen) las x a un miembro y los números al otro miembro: “lo que está sumando, pasa restando”; “lo que está restando, pasa sumando”.
4. Se agrupan los términos: se suman o restan las x por un lado, y los números por otro.
5. Se despeja la x : “lo que multiplica a la x pasa dividiendo al otro miembro”; “lo que divide a la x , pasa multiplicando al otro miembro”.

Ejemplos:

a) $3 - 4x - 5(2x - 5) = 14 - 9x \Rightarrow 3 - 4x - 10x + 25 = 14 - 9x \rightarrow$ (se trasponen los términos.)

$$\Rightarrow -4x - 10x + 9x = 14 - 3 - 25 \Rightarrow -5x = -14 \Rightarrow 5x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{5}.$$

b) $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{5} = 7 - 4x \rightarrow$ (se multiplica cada término por 15, el producto $3 \cdot 5$.)

$$\Rightarrow 15 \cdot \frac{x-2}{3} - 15 \cdot \frac{2x-3}{5} = 15 \cdot (7 - 4x) \Rightarrow 5 \cdot (x-2) - 3(2x-3) = 15 \cdot (7 - 4x) \rightarrow$$
 (Como puede

observarse, $\frac{15}{3} = 5$ y $\frac{15}{5} = 3$; además, se han puesto paréntesis para evitar errores de signos.)

$$\Rightarrow 5x - 10 - 6x + 9 = 105 - 60x \rightarrow$$
 (se trasponen los términos.)

$$\Rightarrow 5x - 6x + 60x = 105 + 10 - 9 \Rightarrow 59x = 106 \Rightarrow x = \frac{106}{59}$$

c) $\frac{x-2}{3} = \frac{4-3x}{5} \rightarrow$ (multiplicando en cruz) $\Rightarrow 5(x-2) = 3(4-3x) \Rightarrow 5x - 10 = 12 - 9x \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5x + 9x = 12 + 10 \Rightarrow 14x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}.$$

Resolución de problemas con ayuda de ecuaciones de primer grado

Para resolver un problema conviene:

1. Leer detenidamente su enunciado y, a continuación, preguntarse:
 - ¿He entendido las palabras del enunciado? ¿Sé su significado?
 - ¿Qué datos me dan? ¿Qué me preguntan? ¿A qué voy a llamar x ?
2. Saber relacionar los datos con las incógnitas.
 - ¿Qué relación hay entre los datos? ¿Qué relación tiene cada cosa con x ?
 - Expresar esa relación mediante una igualdad, mediante una ecuación.
3. Resolver la ecuación: hallar el valor de la incógnita.
4. Comprobar que el resultado es correcto: que el valor de x cumple las relaciones del enunciado.

Ejemplo:

La edad de José es la décima parte de la su madre. Si la suma de sus edades es 33, ¿cuántos años tiene cada uno?

Solución: Si se llama x a la edad de José, la edad de su madre será $10x$.

Como la suma de sus edades es 33 se tendrá: $x + 10x = 33 \Rightarrow 11x = 33 \Rightarrow x = 3$.

Por tanto, Pedro tiene 3 años; y su padre, 30 años.

