Tema 13 (II). Funciones cuadráticas **Resumen**

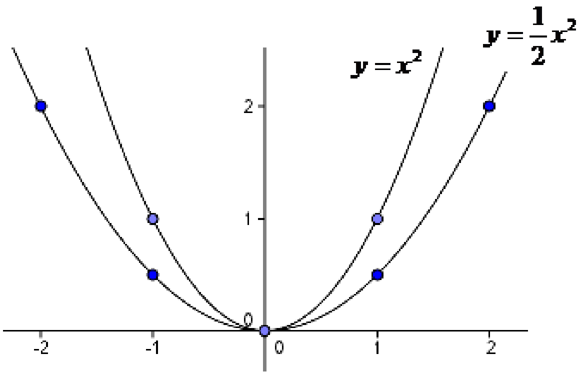
Su expresión analítica es: $f(x) = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$

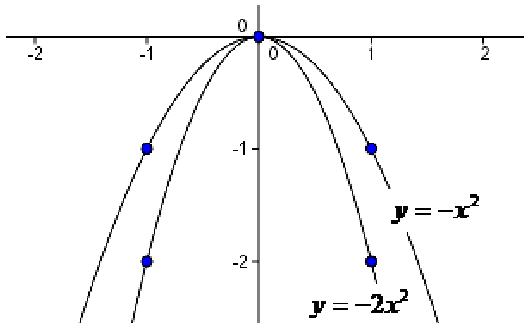
La gráfica de esta función es una parábola de eje vertical.

- Las funciones de segundo grado más sencillas son $y = ax^2$. Todas son parábolas con vértice en el origen y eje de simetría la recta $x = 0$, el eje de ordenadas.
- Para representarlas gráficamente basta con dar valores a *x*, para calcular así algunos de sus puntos, siendo de interés su vértice: el punto más alto o más bajo; y los puntos de corte con los ejes. Puede observarse que:

<u>El coeficiente *a*</u> determina la curvatura de la parábola (convexa o cóncava) y su anchura.
Si $a > 0$ la parábola es convexa ($\cup$). Su vértice está en el mínimo de la función.
Si $a < 0$, es cóncava ($\cap$). El vértice es el máximo.
En todos los casos, si *a* aumenta la parábola se cierra; y si *a* disminuye, se abre.

Ejemplos: En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas:
$y = x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = -x^2$; $y = -2x^2$.

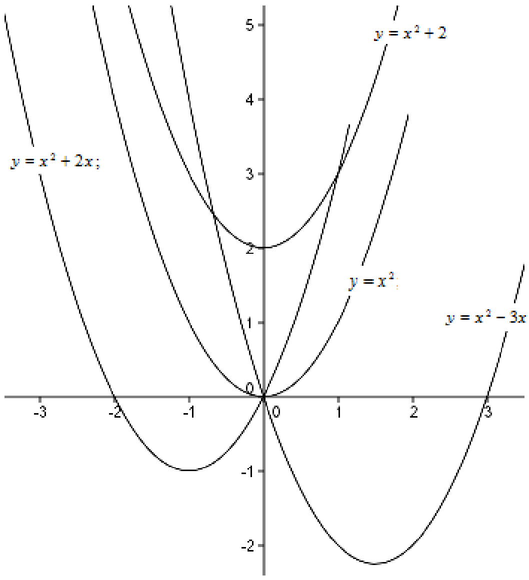




La parábola $y = \frac{1}{2}x^2$ es más ancha que $y = x^2$.

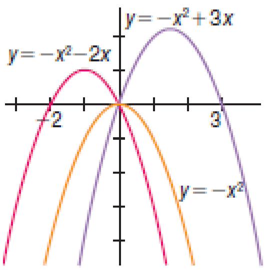
La parábola $y = -2x^2$ es más estrecha que $y = -x^2$.

<u>El coeficiente *b*</u> produce desplazamientos laterales (no exactamente horizontales) en la parábola.
<u>El término independiente *c*</u> produce desplazamientos verticales en la parábola (traslaciones hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de su valor positivo o negativo).



Ejemplos: En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas:
$y = x^2 + 2$; $y = x^2 + 2x$; $y = x^2 - 3x$.

→ Un efecto similar se produce cuando el coeficiente *a* es negativo.



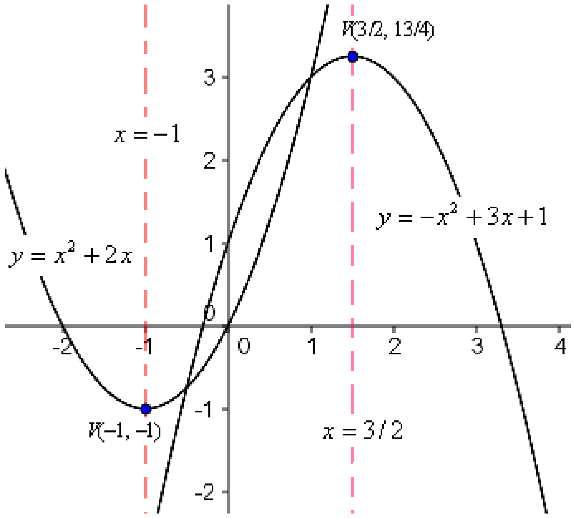
Vértice de la parábola. Se da en el punto de abscisa $x = -\frac{b}{2a}$. Su ordenada será la correspondiente a ese valor de *x*.

Eje de la parábola. Es la recta $x = -\frac{b}{2a}$.

Ejemplos:

a) El vértice de la parábola $y = x^2 + 2x$ se da en la abscisa $x = -\frac{2}{2\cdot 1} = -1$. La ordenada correspondiente es $y = (-1)^2 + 2(-1) = -1$. Así pues, el vértice es *V*(–1, –1).

El eje de simetría de esta parábola es la recta $x = -1$.



b) El vértice de la parábola $y = -x^2 + 3x + 1$ se da en la abscisa $x = -\frac{3}{2\cdot(-1)} = \frac{3}{2}$. La ordenada correspondiente es

$y = -(3/2)^2 + 3(3/2) + 1 = 13/4$ → El vértice es *V*(3/2, 13/4). Su eje de simetría es la recta $x = 3/2$.

Cortes con el eje *OX*. Son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.

Los puntos de corte pueden ser dos, uno o ninguno, dependiendo de las soluciones de la ecuación de segundo grado asociada a la parábola.

El punto de corte con el eje *OY* es (0, *c*).

Ejemplos:

a) La parábola $y = x^2 + 2$ no corta al eje *OX*, pues la ecuación $x^2 + 2 = 0$ no tiene soluciones.

b) La parábola $y = x^2 + 2x$ corta al eje *OX* en los puntos *x* = 0 y *x* = –2, que son las soluciones de la ecuación $x^2 + 2x = 0$.

c) La parábola $y = x^2 - 2x + 1$ sólo corta al eje *OX* en el punto *x* = 1: la ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$ tiene a *x* = 1 como única solución doble.