

## Tema 15. Probabilidad

## Resumen

### Experimentos aleatorios

Un experimento es aleatorio cuando no se puede predecir lo que va a ocurrir. Los experimentos deterministas son aquellos en los que se puede predecir lo que va a ocurrir.



### **Ejemplos:**

- Es aleatorio cualquier juego de azar: el lanzamiento de una moneda, de un dado o la extracción de una carta en una baraja; la lotería...
- Es determinista averiguar el tiempo que tarda una pelota lanzada desde una altura de 10 metros en llegar al suelo; o con qué velocidad impactará.



- En general, los experimentos aleatorios poseen dos rasgos característicos:
  - El resultado, de cada prueba del experimento, puede ser diferente.
  - Si se repite el experimento calculando las frecuencias relativas de cada uno de los resultados posibles, dichas frecuencias tienden a estabilizar su valor hacia un número fijo, que se llama probabilidad.

### Espacio muestral

Es el conjunto de todos los resultados que pueden obtenerse al realizar un experimento aleatorio. Suele denotarse por la letra E.

- Un suceso es todo subconjunto de E. Si un suceso está determinado por un solo resultado se llama elemental; si está determinado por varios, se llama compuesto. Los sucesos suelen denotarse por letras mayúsculas A, B, C...
- Se dice que ha ocurrido un suceso cuando al realizar el experimento se obtiene alguno de los sucesos elementales que lo forman.

### **Ejemplos:**

Al lanzar un dado con las caras numeradas, el espacio muestral es  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Cada cara del dado es un suceso elemental; los sucesos:  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{5\}$  y  $\{6\}$ .

Otros sucesos serían:

$A = \text{“Sacar un número par”} = \{2, 4, 6\}$ ;  $B = \text{“Obtener un número primo”} = \{2, 3, 5\}$ .

### Otros sucesos con nombre propio

Suceso Imposible. Se llama así al que nunca puede ocurrir. Su probabilidad es 0.

**Ejemplo:** Obtener un número negativo al lanzar un dado.

Suceso Seguro. Se llama así al suceso que siempre va a ocurrir. Su probabilidad es 1.

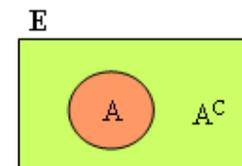
**Ejemplo:** Sacar alguno de los números 1, 2, 3, 4, 5 o 6 al lanzar un dado.

Suceso Contrario o Complementario de A. Es el formado por los elementos del espacio muestral que no están en A (que no son de A).

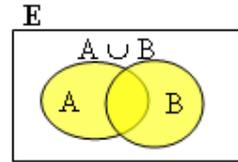
Lo simbolizaremos por  $A^C$  o  $\bar{A}$ .

### **Ejemplos:**

- Si de una baraja española se extrae una carta, los sucesos pueden ser “oros”, “copas”, “espadas” y “bastos”. Si  $B = \text{“sacar bastos”}$ , su complementario,  $B^C = \text{“no sacar bastos”} = \text{“sacar oros, copas o espadas”}$ .
- Al lanzar un dado numerado del 1 al 6 es imposible que salga un 2,5; pero es seguro que saldrá alguno de los números  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , que es el espacio muestral.
- Si se considera el suceso  $A = \{1, 2\}$ , su contrario es  $A^C = \{3, 4, 5, 6\}$ .



**Unión de dos sucesos A y B.** Es el suceso que está formado por los elementos del espacio muestral que están en A o que están en B: en alguno de los dos. Se simboliza por  $A \cup B$ .

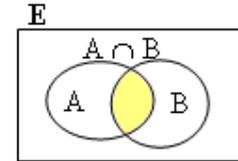


**Ejemplo:**

Si se lanza un dado, y  $A = \{2, 4, 6\}$  y  $B = \{2, 3, 5\}$ , su unión  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Con palabras: A = “sacar par”, B = “sacar número primo”  $\rightarrow A \cup B =$  “sacar par o primo”.

**Intersección de dos sucesos A y B.** Es el suceso que está formado por los elementos de A que están en B, es decir por los que son comunes a ambos. Se simboliza por  $A \cap B$ .



**Ejemplo:**

Para los sucesos A y B del ejemplo anterior,  $A \cap B = \{2\} \rightarrow$  “Sacar un número par y primo”.

**Probabilidad**

La probabilidad,  $P(A)$ , de un suceso A es un número que indica las posibilidades que tiene de verificarse al realizar el experimento aleatorio. Cuando los sucesos elementales del experimento aleatorio son equiprobables, la probabilidad del suceso A se calcula aplicando la regla de Laplace, que dice:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Total de casos posibles}}$$

**Ejemplo:**

Si en una bolsa hay 4 rojas (R), 2 blancas (B) y 3 verdes (V), la probabilidad de extraer al azar

una bola roja, una bola blanca o una bola verde es:  $P(R) = \frac{4}{9}$ ;  $P(B) = \frac{2}{9}$ ;  $P(V) = \frac{3}{9}$ .

**Propiedades de la probabilidad:**

1. Ese número está entre 0 y 1. Esto es, para cualquier suceso A:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. La probabilidad del suceso seguro E es 1:

$$P(E) = 1$$

3. Si A y B son sucesos cualesquiera, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Ejemplos:**

En una baraja española de 40 cartas hay 10 de cada uno de los cuatro *palos*: 10 oros, 10 copas, 10 espadas y 10 bastos. Además, en cada palo hay 3 figuras: sota, caballo y rey; en total, 12 figuras.



Si se considera el experimento aleatorio extraer una carta y ver cuál es, y se consideran los sucesos:

A = “la carta extraída es una figura”; B = “la carta extraída es un basto”.

Con esto, se tiene:

$$P(A) = \frac{12}{40}; P(B) = \frac{10}{40}; P(A \cap B) = \frac{3}{40} \text{ (hay tres figuras de bastos)}$$

Por tanto,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{40} + \frac{10}{40} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40}$$