

Tema 13. Funciones de proporcionalidad directa e inversa**Autoevaluación**

1. La velocidad (v) y el tiempo (t) empleado por un automóvil en recorrer un cierto espacio (e) están inversamente relacionados pues: $v = \frac{e}{t} \Leftrightarrow vt = e$. Así, si la velocidad se dobla, el tiempo

se hace la mitad. Por ejemplo: 200 km se pueden recorrer en 2 h a una velocidad de 100 km/h; los mismos kilómetros se pueden recorrer en 1,25 h (1 hora, 15 min) a una velocidad de 160 km/h. En efecto: $(2 \text{ h}) \cdot (100 \text{ km/h}) = (1,25 \text{ h}) \cdot (160 \text{ km/h}) = 200 \text{ km}$.

a) Expresa la función (la relación) entre la velocidad (v) y el tiempo (t) cuando el espacio recorrido es de 1000 km. ¿Qué tiempo se emplea cuando la velocidad media es de 110 km/h?

b) Expresa la función (la relación) entre la velocidad (v) y el espacio recorrido (e) cuando el tiempo empleado es de 4 horas. ¿Qué velocidad media hay que llevar para recorrer 520 km en ese tiempo?

c) Expresa la función (la relación) entre el espacio recorrido (e) y el tiempo empleado (t) cuando la velocidad es de 120 km/h. ¿Cuántos km se recorren si el tiempo empleado es de 4 h 30 min? ¿Y si se emplean 6 horas? ¿De qué tipo es esta función?

2. Una hormiga sube por el tronco de un árbol a una velocidad de 50 cm por minuto, y lo baja a razón de 75 cm por minuto. ¿Cuántos minutos tardará en subir y bajar por el tronco de un árbol de 30 metros de altura?



3. Determina las dimensiones de algunos rectángulos de superficie 100 cm^2 . ¿Qué tipo de relación se da entre la base y la altura de cada uno de esos rectángulos? Representa dicha función y sobre esa gráfica dibuja alguno de esos rectángulos.

4. Un tratamiento médico para pacientes con problemas respiratorios consiste en la administración de oxígeno. Este oxígeno se presenta en ampollas a presión; el volumen de estas ampollas es 15 cc. Sabiendo que para cualquier temperatura, la presión por el volumen es constante, $PV = k$, se pide:

a) ¿Cuál es la presión del oxígeno en la ampolla a 20°C si a esa temperatura la constante k para el oxígeno vale 600?

b) Representa gráficamente la función $V = 600/P$.

5. El coste de fabricación de un número x de calculadoras científicas viene dado por la función

$$f(x) = 3 + \frac{1000}{x}. \quad (f(x) \text{ en euros}).$$

a) ¿Cuánto valdría fabricar sólo una calculadora? ¿Y 10, 100 o 1000?

b) ¿A cuánto tiende el coste cuando se fabrican muchas calculadoras?

6. Representa gráficamente, dando algunos valores, las funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{10}{x} \quad \text{b) } f(x) = \frac{10}{x-5} \quad \text{c) } f(x) = \frac{-4}{x} \quad \text{d) } f(x) = \frac{-4}{x} + 3$$

Indica en todos los casos las asíntotas de cada función.

7. Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{3}{x}$. A partir de su gráfica, mediante traslaciones, representa las funciones:

$$\text{b) } f(x) = \frac{3}{x-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{3}{x+2} \quad \text{c) } f(x) = \frac{3}{x} - 2 \quad \text{d) } f(x) = \frac{3}{x} + 2$$

Indica en todos los casos las asíntotas de cada función.

8. Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{-10}{x}$. A partir de su gráfica, mediante traslaciones, representa las funciones:

a) $f(x) = \frac{-10}{x-5}$ b) $f(x) = \frac{-10}{x+3}$ c) $f(x) = \frac{-10}{x} - 3$ d) $f(x) = \frac{-10}{x} + 5$

Indica en todos los casos las asíntotas de cada función.

Otros problemas (Optativo)

9. (MGHI) Un grifo llena un depósito en 3 horas; otro grifo llena el mismo depósito en 2 horas. ¿Cuántas horas tardarán entre los dos?

10. (MGHI) En un Instituto de Enseñanza Secundaria se organiza la visita a un museo. Cada alumno tiene que pagar 2 euros por la entrada al museo más el viaje en autobús. El alquiler de un autobús de 50 plazas cuesta 200 euros y se paga a partes iguales entre todos los alumnos. La visita se suspende si se apuntan menos de 20 alumnos.

a) Si van 40 alumnos al museo, ¿cuánto le costará a cada uno?

b) Si x es el número de alumnos que va al museo, ¿cuál es la función, $f(x)$, que da el precio que debe pagar cada alumno?

c) Calcula el dominio y el recorrido de $f(x)$.

d) Representa gráficamente la función $f(x)$.

11. (PVS06) Una persona dio una vuelta a un campo de forma cuadrada. Por el primer lado caminó a 4 km/h; por el segundo caminó a 5 km/h; por el tercero trotó a 10 km/h y por el cuarto corrió a 20 km/h. ¿Cuál fue la velocidad promedio de la vuelta completa?

Soluciones:

1. a) $v = \frac{1000}{t}$; 9,09 h. b) $v = \frac{e}{4} = \frac{1}{4}e$; 130 km/h.

c) $e = 120t$; 540 km; 720 km. De proporcionalidad directa.

2. 40 min.

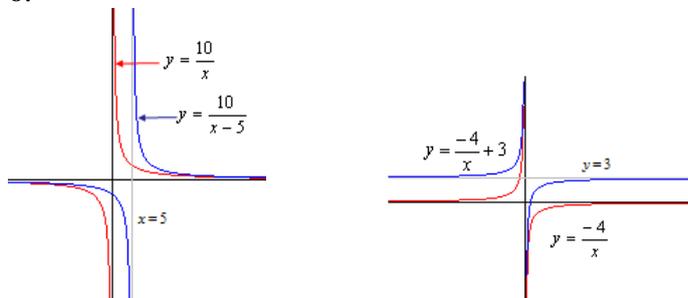
3. 2×50 cm; 4×25 cm; 10×10 cm. Si x es la base e y la altura,

$$x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x} \text{ (Figura adjunta)}$$

4. a) 40.

5. a) 1003 €; 103 €; 13 €; 4 €. b) El coste unitario disminuye a medida que aumenta la producción, acercándose cada más a 3 euros.

6.



9. 1 h, 12 min.

10. a) 7 €. b) $f(x) = \frac{2x+200}{x} = 2 + \frac{200}{x}$. c) Dom = [20, 50]; Im = [6, 12]

11. $v_m = \frac{80}{12} \approx 6,67$ km/h.

