

## Polinomios y fracciones algebraicas (Pendientes de Matemáticas I)

### Tipo I: Operaciones con polinomios

1. Calcula: a)  $(8x^4 - 9x^3 + 1) - (2x + 3x^3 - 5x^4)$     b)  $\left(2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3\right) - \left(\frac{3}{4}x^2 + 5x - \frac{1}{3}\right)$

[sol] a)  $13x^4 - 12x^3 - 2x + 1$ ; b)  $2x^3 - \frac{5}{4}x^2 - 5x + \frac{10}{3}$

2. Halla:    a)  $(x - 6)^2$ ;    b)  $(4 + x^2)^2$ ;    c)  $(2x - 1)^2$ ;    d)  $(4x - 1)(4x + 1)$

[sol] a)  $x^2 - 12x + 36$ ; b)  $16 + 8x^2 + x^4$ ; c)  $4x^2 - 4x + 1$ ; d)  $16x^2 - 1$

3. Haz las siguientes multiplicaciones de polinomios:

a)  $(5x^2 + 3x - 5)(7x^3 - 6x + 3)$ ;    b)  $\left(x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{8}\right)(x^2 - 5x - 14)$

[sol] a)  $35x^5 + 21x^4 - 65x^3 - 3x^2 + 39x - 15$ ; b)  $x^4 - \frac{21}{4}x^3 - \frac{105}{8}x^2 + \frac{43}{8}x + \frac{21}{4}$ ;

4. Divide: a)  $(5x^4 - 14 + 5x + x^3) : (3 - x^2)$     b)  $(2x^3 - 3x + 2) : (2x - 1)$

[sol] a)  $C(x) = -5x^2 - x - 15$ ;  $R(x) = 8x + 31$ ; b)  $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$ ;  $\frac{3}{4}$

### Tipo II: Ruffini. Factorización

5. Utiliza la regla de Ruffini para hacer las siguientes divisiones:

a)  $(x^7 - x)$  entre  $(x + 2)$     b)  $(x^5 + x - 2x^3) : (x - 1)$     c)  $(3x^4 - 6) : (x + 1)$

[sol] a)  $C(x) = x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 32x + 63$ ;  $R(x) = -126$

b)  $x^4 + x^3 - x^2 - x$ ; 0; c)  $3x^3 - 3x^2 + 3x - 3$ ;  $-3$

6. Descompón en factores el polinomio  $P(x) = 2x^3 - 10x^2 + 14x - 6$ , sabiendo que  $x = 1$  es una de sus raíces.    [sol]  $2(x - 1)^2(x - 3)$ .

7. Halla el polinomio de segundo grado sabiendo que tiene por raíces  $x = 1$  y  $x = -6$  y que  $P(0) = -12$ .    [sol]  $2x^2 + 10x - 12$

8. Factoriza las siguientes expresiones polinómicas:

a)  $3x^2 + 14x - 5$     b)  $4x^5 + 2x^4 - 2x^3$     c)  $x^3 + 5x^2 + 8x$

[sol] a)  $3(x - 1/3)(x + 5)$ ; b)  $4x^3(x - 1/2)(x + 1)$ ; c)  $x(x^2 + 5x + 8)$

9. Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $P(x) = -5x^2 - x$     b)  $P(x) = 4x^4 + 10x^2$     c)  $P(x) = 10x^3 - 250x$

[sol] a)  $-x(5x + 1)$ ; b)  $2x^2(2x^2 + 5)$ ; c)  $10x(x + 5)(x - 5)$ ;

10. Halla el valor de  $b$  y factoriza  $P(x) = x^3 + bx^2 - 12x$  sabiendo que  $x = -2$  es una de sus raíces. [sol]  $-4$ ;  $x(x + 2)(x - 6)$

### Tipo III: Fracciones algebraicas

11. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{21x^2}{7x - 14x^2}$     b)  $\frac{4 - x}{3x - 12}$     c)  $\frac{3x^2 - 4x}{x^3}$

d)  $\frac{4x - 8}{2x}$     e)  $\frac{3x^2 - 12}{x + 2}$     f)  $\frac{(x - 1)^2}{x^2 - 1}$

[sol] a)  $\frac{3x}{1 - 2x}$ ; b)  $-\frac{1}{3}$ ; c)  $\frac{3x - 4}{x^2}$ ; d)  $\frac{2(x - 2)}{x}$ ; e)  $3(x - 2)$ ; f)  $\frac{x - 1}{x + 1}$

**12. Simplifica:**

$$\text{a) } \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2} \quad \text{b) } \frac{4x^2 - 40x + 100}{4x^2 - 100} \quad \text{c) } \frac{3x^3 - 6x^2}{3x^4 + 24x^3 - 60x^2}$$

$$[\text{sol}] \text{ a) } \frac{x+7}{2}; \text{ b) } \frac{x-5}{x+5}; \text{ c) } \frac{1}{x+10}$$

**13. Halla, simplificando el resultado:**

$$\text{a) } x - 1 + \frac{2}{x+1} \quad \text{b) } \frac{5}{x^2} + \frac{3x}{x^2 + x} - \frac{3}{x+1} \quad \text{c) } \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + 1$$

$$[\text{sol}] \text{ a) } \frac{x^2 + 1}{x+1}; \text{ b) } \frac{5}{x^2}; \text{ c) } \frac{2x^2 + 2}{(x+1)^2};$$

**14. Calcula, factorizando si conviene, el resultado de:**

$$\text{a) } \frac{2x-1}{3x-3} - \frac{2x^2 - 6x + 4}{3x^2 - 6x + 3} \quad \text{b) } \frac{3x^2 - 12x + 12}{x^2 - 5x + 6} : \frac{6x^3 - 54x}{x^3 - 6x^2 + 9x}$$

$$[\text{sol}] \text{ a) } \frac{1}{x-1}; \text{ b) } \frac{x-2}{2(x+3)}$$

**15. Racionaliza las siguientes expresiones:**

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \quad \text{b) } \frac{x}{2\sqrt{x}} \quad \text{c) } \frac{x+1}{\sqrt{x}} \quad \text{d) } \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \quad \text{e) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}$$

$$[\text{sol}] \text{ a) } \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}; \text{ b) } \frac{\sqrt{x}}{2}; \text{ c) } \frac{(x+1)\sqrt{x}}{x}; \text{ d) } \frac{-x-1+2\sqrt{x}}{x-1}; \text{ e) } x + \sqrt{x(x-1)}$$

**Tipo IV: Aplicaciones**

**16.** La altura de un cohete viene dada por la expresión  $h(t) = 50t - 5t^2$ , donde  $t$  viene dado en segundos y  $h(t)$  en metros.

- a) ¿Qué altura alcanza el cohete al cabo de 1, 2 y 5 segundos?  
 b) ¿Y al cabo de 10 s? ¿Cómo interpretas este último resultado?

$$[\text{sol}] \text{ a) } 45; 80; 125 \text{ b) } 0; \text{ cae.}$$

**17.** El coste total, en euros, de la producción de  $x$  unidades de un determinado producto viene dado por la expresión  $C(x) = 100\sqrt{x} + 1000$ . Halla:

- a) El coste de producir 16, 100, y 400 unidades. ¿A cuánto sale la unidad en cada caso?  
 b) Determina la expresión que da el coste por unidad cuando se fabrican  $x$  unidades.

$$[\text{sol}] \text{ a) } 87,5; 20; 7,5 \text{ €; b) } c(x) = \frac{100\sqrt{x} + 1000}{x}$$

**18.** Halla la expresión que da la superficie de un triángulo isósceles de perímetro 8 cm en función de la base  $x$ . Calcula el valor de esa área cuando  $x = 3$ .

$$[\text{sol}] A(x) = \sqrt{4x^2 - x^3}; 3 \text{ cm}^2.$$

**19.** Una piscina rectangular está rodeada por un pasillo enlosado de 1,5 m de ancho. Si la piscina es 10 m más larga que ancha, halla:

- a) La expresión que da el área del rectángulo que delimita la piscina.  
 b) La expresión que da el área del pasillo enlosado.

$$[\text{sol}] \text{ a) } x^2 + 16x + 39; \text{ b) } 6x + 39$$