

Tipo II: Identidades. Fórmulas de adición y transformación

9. Demuestra que:

a) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$

b) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha$

10. Comprueba las siguientes identidades:

a) $\cotg \alpha - \frac{\cotg^2 \alpha - 1}{\cotg \alpha} = \tg \alpha$

b) $\frac{\sen \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sen^2 \alpha} = \frac{\tg \alpha}{1 - \tg^2 \alpha}$

11. Comprueba la identidad: $\frac{1 - \tg \alpha}{1 + \tg \alpha} = \frac{1 - \sen 2\alpha}{\cos 2\alpha}$.

12. ¿Es cierta la igualdad $\frac{\tg \alpha + \cos \alpha}{\sen \alpha} = \sec \alpha + \tg \alpha$?

[sol] No.

Tipo IV: Ecuaciones y sistemas trigonométricos

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2 \sen 2x = 1$ b) $3 \tg 2x = \sqrt{3}$ c) $3 \cos \frac{x}{2} = 1,5$ d) $5 \sen 4x = 0$

[sol] a) $x = \begin{cases} 15^\circ + k \cdot 180^\circ \\ 75^\circ + k \cdot 180^\circ \end{cases}$; b) $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k \cdot \pi}{2}$; c) $x = \begin{cases} 120^\circ + k \cdot 720^\circ \\ 600^\circ + k \cdot 720^\circ \end{cases}$; d) $x = 0 + k \cdot \frac{\pi}{4}$.

14. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sen(45^\circ + x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

[sol] a) $x = \begin{cases} k \cdot 2\pi \\ \frac{5\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{cases}$; b) $x = \begin{cases} 180^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 270^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$

15. Resuelve la ecuación: $\cos x = \sen 2x$

[sol] $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

16. Resuelve la ecuación: $\tg x = \sqrt{2} \cos x$

[sol] $x = 45^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 135^\circ + k \cdot 180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

17. Resuelve la ecuación: $\tg 2x = -\tg x$

[sol] $x = 0^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 120^\circ + k \cdot 180^\circ$, ($k \in \mathbb{Z}$)

18. Resuelve la ecuación: $\sen 2x \cos x = 3 \sen^2 x$

[sol] $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$; ($k \in \mathbb{Z}$)