

## Geometría analítica (Pendientes Matemáticas I)

### Tipo I: Vectores

1. Un vector fijo tiene su origen en el punto  $A(2, -1)$  y es equipolente al vector  $\overrightarrow{CD}(-1, 4)$ . Determina las coordenadas de su extremo y su módulo. **[Sol]**  $B(1, 3)$ ;  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{17}$ .

2. Tres vértices consecutivos de un paralelogramo son los puntos  $A(1, -3)$ ,  $B(2, 2)$  y  $C(-3, 0)$ . Calcula las coordenadas del cuarto vértice. **[Sol]**  $D(-4, -5)$

3. Halla el producto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  en los siguientes casos:

a)  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = \frac{1}{4}$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$       b)  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = (2, -3)$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ$

c)  $\vec{u} = \left(3, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\vec{v} = (-1, 3)$       **[Sol]** a)  $\frac{1}{4}$ ; b)  $= \frac{3\sqrt{26}}{2}$ ; c)  $-\frac{3}{2}$

4. Dados los vectores  $\vec{u}(1, -2)$ ,  $\vec{v}(3, 1)$  y  $\vec{w}(2, 0)$ ,

a) calcula las coordenadas del vector  $2\vec{u} - \vec{v} + \frac{1}{3}\vec{w}$ ,

b) expresa  $\vec{w}$  como combinación lineal de  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ,

c) calcula los ángulos que forman dos a dos,

d) halla un vector con la misma dirección que  $\vec{u}$  y de módulo  $\sqrt{20}$ ,

**[Sol]** a)  $\left(-\frac{1}{3}, -5\right)$ ; b)  $\vec{w} = \frac{2}{7}\vec{u} + \frac{4}{7}\vec{v}$ ; c)  $(\vec{u}, \vec{v}) = 81^\circ 52' 12''$ ;  $(\vec{u}, \vec{w}) = 63^\circ 26' 6''$ ;  $(\vec{v}, \vec{w}) = 18^\circ 26' 6''$ ; d)  $\vec{x}_1 = (2, -4)$  y  $\vec{x}_2 = (-2, 4)$ .

5. Si  $\vec{u}(2, a)$  y  $\vec{v}(1, -4)$  determina el valor de  $a$  para que:

a)  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares;      b)  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  tengan el mismo módulo,

c)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$ .      **[Sol]** a)  $a = \frac{1}{2}$ ; b)  $a = \pm\sqrt{13}$ ; c)  $a = -2$

6. Sea  $\vec{u}(3, -2)$ . Calcula:

a) un vector  $\vec{x}$  unitario y con la misma dirección que  $\vec{u}$ ,

b) un vector  $\vec{z}$  unitario y perpendicular a  $\vec{u}$ .

**[Sol]** a)  $\vec{x}_1 = \left(\frac{3\sqrt{13}}{13}, -\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$  y  $\vec{x}_2 = \left(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$ ; b)  $\vec{z}_1 = \left(\frac{2\sqrt{13}}{13}, \frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$  y  $\vec{z}_2 = \left(-\frac{2\sqrt{13}}{13}, -\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$ .

### Tipo II: Determinación de rectas. Posición relativa. Perpendicularidad

7. Escribe todas las ecuaciones de la recta que:

a) pasa por  $A(-1, 2)$  y tiene por vector director el  $\vec{u}(3, -5)$ ,

b) pasa por los puntos  $A(3, -1)$  y  $B(2, 2)$ ,

c) pasa por  $A(1, -5)$  y tiene por pendiente  $m = -3$ .

**[Sol]** a)  $\begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2 - 5\lambda \end{cases}$ ;  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-5}$ ;  $5x + 3y - 1 = 0$ ;  $y - 2 = \frac{-5}{3}(x + 1)$ ;  $y = -\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$       b)

$\begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = -1 + 3\lambda \end{cases}$ ;  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3}$ ;  $3x + y - 8 = 0$ ;  $y + 1 = -3(x - 3)$ ;  $y = -3x + 8$       c)  $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -5 - 3\lambda \end{cases}$ ;  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{-3}$ ;

$3x + y + 2 = 0$ ;  $y + 5 = -3(x - 1)$ ;  $y = -3x - 2$

8. Estudia la posición relativa de cada uno de los siguientes pares de rectas:

a)  $r: 2x - y + 5 = 0$ ,  $s: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1}$       b)  $r: x + 2y + 2 = 0$ ,  $s: \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-2}$

[Sol] a) Se cortan en  $P(-1, 3)$ ; b) Paralelas.

9. Determina el ángulo que forman los siguientes pares de rectas:

a)  $r: x - y - 3 = 0$ ,  $s: x - 3y - 5 = 0$       b)  $r: y + 3 = \frac{1}{2}(x - 1)$ ,  $s: y = x + 2$

[Sol] a)  $26^\circ 33' 54''$ ; b)  $18^\circ 26' 6''$ .

10. Calcula el área del triángulo que determinan la recta  $x - 2y + 8 = 0$  y los ejes coordenados.

[Sol]  $S = 16u^2$

11. Determina la mediatriz del segmento que tiene por extremos  $A(1, 2)$  y  $B(3, -1)$ .

[Sol]  $4x - 6y - 5 = 0$ .

12. Calcula el baricentro y el ortocentro del triángulo de vértices  $A(1, -1)$ ,  $B(2, 3)$  y  $C(-3, 2)$ .

[Sol] Baricentro:  $G\left(0, \frac{4}{3}\right)$ ; ortocentro  $\left(\frac{11}{19}, \frac{21}{19}\right)$ .

13. Calcula el baricentro y el circuncentro del triángulo de vértices  $A(1, -1)$ ,  $B(-3, 3)$  y  $C(4, 1)$ .

[Sol] Baricentro  $G\left(\frac{2}{3}, 1\right)$ ; circuncentro  $\left(\frac{7}{10}, \frac{27}{10}\right)$ .

14. Dos lados de un paralelogramo están sobre las rectas  $r: x + y - 1 = 0$  y  $s: x - 2y - 5 = 0$ . Uno de sus vértices es el punto  $A(1, -1)$ . Halla los otros vértices.

[Sol]  $B\left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ ;  $C\left(\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}\right)$  y  $D\left(\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ .

### Tipo III: Distancias

15. [S] Sea el triángulo de vértices  $A(4, 2)$ ,  $B(13, 5)$  y  $C(6, 6)$ .

- a) Hallar la ecuación de la altura que pasa por el vértice C.  
b) Calcular la longitud de los dos segmentos en que la altura anterior corta al lado AB.

[Sol] a)  $3x + y - 24 = 0$ ; b)  $2\sqrt{10}$

16. En el triángulo de vértices  $A(2, -3)$ ,  $B(-1, 4)$  y  $C(0, 5)$  calcula:

- a) la altura correspondiente al vértice C,  
b) la ecuación de la mediatriz del lado AB,  
c) su área.

[Sol] a)  $\frac{10}{\sqrt{58}}$ ; b)  $3x - 7y + 2 = 0$ ; c)  $5u^2$

17. Los puntos  $A(-2, -2)$  y  $B(1, 4)$  son vértices de un triángulo rectángulo en A. Determina el tercer vértice que está situado sobre la recta  $x + y - 1 = 0$ .

[Sol]  $(8, -7)$