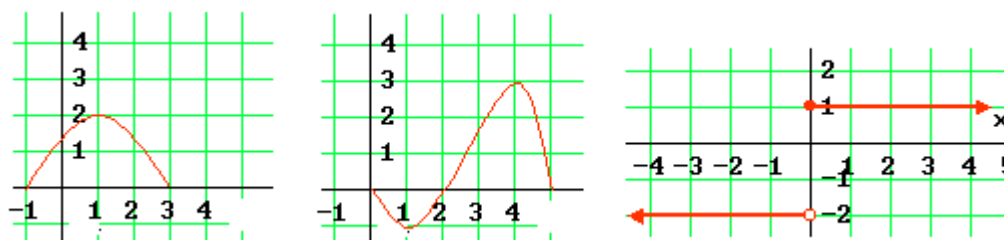


Funciones reales (Pendientes de Matemáticas I)

Tipo I. Funciones. Dominio y recorrido.

1. Halla el dominio y recorrido de las funciones cuya gráfica se da a continuación:



[sol] a) Dom = $[-1, 3]$; Im = $[0, 2]$; b) $[0, 5]$, $[-1, 3]$; c) \mathbf{R} , $\{-2, 1\}$

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < -1 \\ x^2+2 & 0 \leq x < 3 \\ -x+3 & x > 3 \end{cases}$.

- Indica el dominio correspondiente para cada una de las funciones que intervienen..
- Indica su dominio de definición. c) Haz su representación gráfica.
- A la vista de su gráfica, indica los puntos (o intervalos) en los que la función no es continua.

[sol] a) $(-\infty, -1)$, $[0, 3)$ y $(3, +\infty)$. b) $(-\infty, -1) \cup [0, 3) \cup (3, +\infty)$; d) $[-1, 0]$, $x = 3$.

3. Representa gráficamente la función que da el coste de un aparcamiento, dependiendo del tiempo aparcado, si el precio por hora o fracción es de 1,20 €.

4. [S] El índice de audiencia (evaluado en una escala de 0 a 10) de cierto programa de televisión de 30 minutos de duración se comporta de acuerdo con la función:

$$I(t) = At^2 + Bt + C, \quad 0 \leq t \leq 30, \quad (A \neq 0), \quad \text{donde } A, B \text{ y } C \text{ son constantes a determinar.}$$

Sabiendo que a los 20 minutos de comenzar el programa se alcanza el índice de audiencia 10 y que el programa se inicia con un índice de audiencia 6, se pide:

- Determina las constantes A , B y C . Justifica la respuesta
- Representa y comenta la función obtenida.

[sol] a) $I(t) = -0.01t^2 + 0,4t + 6$.

Tipo II. Composición de funciones. Función inversa.

5. Dadas $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = \frac{x}{5}$, halla: a) $f(g(0))$; b) $f(g(-2))$; c) $g(f(5))$.

[sol] a) -3 , b) $-19/5$; c) $7/5$.

6. Para las mismas funciones determina $f(g(x))$ y $g(f(x))$

[sol] $f(g(x)) = \frac{2x-15}{5}$; $g(f(x)) = \frac{2x-3}{5}$

7. Calcula la función inversa de $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Comprueba que

$$f(f^{-1}(4)) = f^{-1}(f(4)) = 4. \quad [\text{sol}] \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Tipo III. Gráficas de funciones. Transformaciones gráficas.

8. A partir de la gráfica de la función $f(x) = x - 2$, representa las siguientes funciones asociadas a ella: a) $-f(x)$ b) $f(-x)$ c) $|f(x)|$ d) $f(x - 4)$;

9. Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las parábolas:

a) $y = x^2 - 5x$; b) $y = -2x^2 + 8x$; [sol] a) $(0, 0)$ y $(5, 0)$; b) $(0, 0)$; $(4, 0)$;

10. [S] Representa la función $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{si } 0 < x \leq 0,5 \\ -x^2+1 & \text{si } x > 0,5 \end{cases}$. A partir de su gráfica indica:

a) ¿En qué puntos es discontinua? b) ¿Cuándo es creciente y cuándo decreciente?

[sol] a) 0 y 0,5; b) Crece: (0, 0,5); decrece: $(-\infty, 0) \cup (0,5, +\infty)$.

11. Representa gráficamente las funciones:

a) $f(x) = 1 - x$ b) $f(x) = |1 - x|$ c) $f(x) = 1 - |x|$

12. Representa gráficamente la función $f(x) = |x^2 - 3x|$. Da su expresión mediante una función definida a trozos.

Tipo IV. Aplicaciones de las funciones para resolver problemas

13. Un pequeño supermercado utiliza una furgoneta para llevar a domicilio las compras de sus clientes. El precio de la furgoneta fue de 25000 €. Se estima, además, que el coste de uso y mantenimiento es de 0,20 € por km. Determina:

a) La función del coste total dependiendo de los kilómetros recorridos.

b) ¿A cuánto habrá salido el kilómetro si la furgoneta resulta inservible cuando ha recorrido 350000 km? [sol] a) $f(x) = 25000 + 0,20x$; b) 0,27 €

14. Expresa la superficie de un rectángulo de perímetro 100 m en función de su base x . Representa gráficamente la función obtenida. Utilízala para hallar las dimensiones del rectángulo de máxima superficie. [sol] $S(x) = x \cdot (50 - x)$

15. Halla, en función de su base x , la superficie de un triángulo rectángulo de hipotenusa 5 cm. A partir de esa fórmula, determina la superficie del que tiene base 2 y 3.

[sol] $\frac{x\sqrt{25-x^2}}{2}$; $\sqrt{21}$; 4.

16. [S] La relación entre la temperatura del aire T (en °F) y la altitud h (en metros sobre el nivel del mar) es lineal para $0 \leq h \leq 20000$. Si la temperatura a nivel del mar es de 60° F y por cada 5000 m de altitud que se sube, la temperatura del aire baja 18° F, se pide:

a) Expresa T en función de h .

b) Calcula de forma razonada la temperatura del aire a una altitud de 15000 m.

c) Calcula de forma razonada la altitud a la que la temperatura es 0° F.

[sol] a) $T(h) = ah + b$; b) 6° F; c) 16666,7 m

17. Los ingresos y los costes, en euros, de una empresa vienen dados por las funciones

$I(x) = 50000x - 4000x^2$ y $C(x) = 100000 + 5000x$, donde x son miles unidades producidas y vendidas; esto es, $x = 1$, significa 1.000 unidades.

Halla:

a) Los puntos de equilibrio: en donde la empresa ni gana ni pierde.

b) La función que da el beneficio y la región donde ese beneficio es positivo.

[sol] a) 3,05 y 8,2; b) $-4000x^2 + 45000x - 100000$; [3,05, 8,02].

18. Se quiere construir una caja partiendo de un trozo de cartulina rectangular de 24 por 32 cm, recortando un cuadradito en cada esquina y doblando.

a) Determina la función que da el volumen de la caja dependiendo del lado del cuadrado cortado.

b) ¿Qué volumen tendrá la caja cuando cortamos 0, 5, 10 cm?

c) Haz una tabla de valores y representa la función. A partir de su gráfica determina su dominio, recorrido y máximo.

[sol] a) 0; 1540; 480 cm³.