INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

FONDO SOCIAL EUROPEO

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

NOMBRE DEL PROFESOR/A: JUAN ANTONIO DAPENA.

CORREO EDUCAMADRID: juan.dapena@educa.madrid.org

PROGRAMACIÓN PARA LA SEMANA DEL 27 DE ABRIL AL 8 DE MAYO

Curso: 3ºBS, 3ºCS Y 3ºD.

3º ESO. MATEMÁTICAS ACADÉMICAS

ACTIVIDADES PROGRAMADAS **Tema 9**. Cuerpos geométricos.
Tema 10. Sucesiones.

Realización ejercicios Tema 9
60, 62, 64, 67, 69

Tema 10. Estudiar

Aptdo.1. Sucesiones.
Aptdo.2. Progresiones aritméticas.
Aptdo.3. Suma de los términos de una progresión aritmética.

Realización de los ejercicios Tema 10
1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19. .

Les anexo las soluciones de los ejercicios de la semana del 14 al 24 de abril para que las cotejen y autocorrijan.

Fecha y hora de entrega: viernes 8 de mayo antes de las 14:00.

Forma de entrega/recepción: vía email al correo juan.dapena@educa.madrid.org, escaneando o enviando foto de los ejercicios. . (*Por favor indicar en asunto del e-mail, nombre del alumno, curso, reflejar IES Complutense y el periodo al que pertenecen las tareas*)

Evaluación: estas actividades se evaluarán conforme a la Programación Didáctica del Departamento. La parte teórica será evaluada en una prueba objetiva que se fijará a la vuelta de la suspensión de las clases.

Criterios de calificación: los criterios serán los mismos que los establecidos por el Departamento, recogidos en la Programación.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

FONDO SOCIAL EUROPEO

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

SOLUCIONARIO TAREAS DEL 14 AL 24 DE ABRIL

TEMA 9 CUERPOS GEOMÉTRICOS

11. Describe los cuerpos de revolución, y sus elementos, que se obtienen al girar:

a) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado alrededor de su altura.

b) Un triángulo rectángulo de 10 cm de altura alrededor de su base.

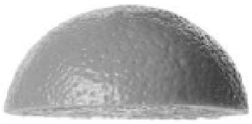
c) Un trapecio isósceles de lados 5 cm, 5 cm, 7 cm y 11 cm alrededor de un eje que pasa por los puntos medios de las bases.

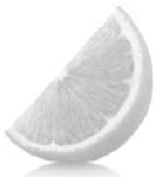
a) Se obtiene un cono de $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm de altura, cuya generatriz mide 5 cm y el radio de la base 2,5 cm.

b) Se obtiene un cono de 10 cm de altura.

c) Se obtiene un tronco de cono de $\sqrt{21}$ cm de altura, cuyas bases mayor y menor tienen 5,5 y 3,5 cm de radio, respectivamente.

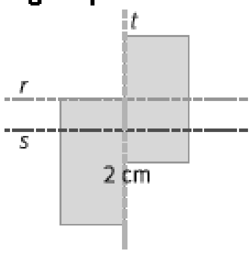
12. Dados los siguientes objetos, determina a qué parte de la superficie esférica o de la esfera se asemeja cada uno.



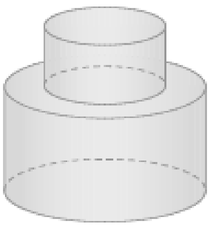


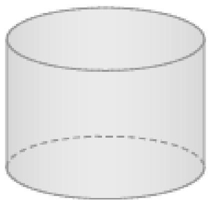
El primer trozo de naranja se asemeja a un casquete esférico, el segundo trozo de naranja a una semiesfera o hemisferio, el limón a una cuña esférica y el trozo de sandía a un huso esférico.

13. Asocia el eje sobre el cual tiene que girar la figura plana con el cuerpo de revolución que se genera.



A. **B.** **C.**





A. Sobre el eje *t*.

B. Sobre el eje *r*.

C. Sobre el eje *s*.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

15. Calcula el área total y el volumen de estos cuerpos.

a) **Un cubo de 10 cm de arista.**

b) **Un prisma regular de 10 cm de altura, cuya base es un cuadrado de 20 cm de lado.**

c) **Un cilindro de 10 cm de radio de la base y altura igual al diámetro de la base.**

d) **Un cono de 8 cm de radio de la base y 16 cm de altura.**

e) **Una esfera de 10 m de diámetro.**

a) $A_T = A_L + 2A_B = 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 = 400 + 200 = 600 \text{ cm}^2$

$V = A_B \cdot h = 10^2 \cdot 10 = 1000 \text{ cm}^3$

b) $A_T = A_L + 2A_B = 4 \cdot 20 \cdot 10 + 2 \cdot 20^2 = 800 + 800 = 1600 \text{ cm}^2$

$V = A_B \cdot h = 20^2 \cdot 10 = 4000 \text{ cm}^3$

c) $A_T = A_L + 2A_B = 2\pi \cdot 10 \cdot 20 + 2 \cdot \pi \cdot 10^2 = 1256{,}64 + 628{,}32 = 1884{,}96 \text{ cm}^2$

$V = A_B \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 10 = 6283{,}19 \text{ cm}^3$

d) La generatriz se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{16^2 + 8^2} = 17{,}89 \text{ cm}$

$A_T = A_L + A_B = \pi \cdot 8 \cdot 17{,}89 + \pi \cdot 8^2 = 449{,}62 + 201{,}06 = 650{,}68 \text{ cm}^2$

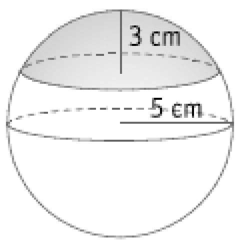
$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{201{,}06 \cdot 16}{3} = 1072{,}32 \text{ cm}^3$$

e) $A_T = 4\pi \cdot 5^2 = 314{,}16 \text{ cm}^2$

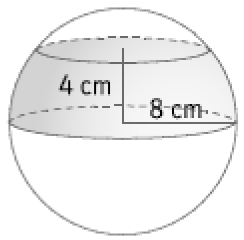
$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523{,}60 \text{ cm}^3$$

16. Halla el área de cada una de las siguientes partes de la esfera.

a)



b)



a) La parte de la esfera sombreada es un casquete esférico.

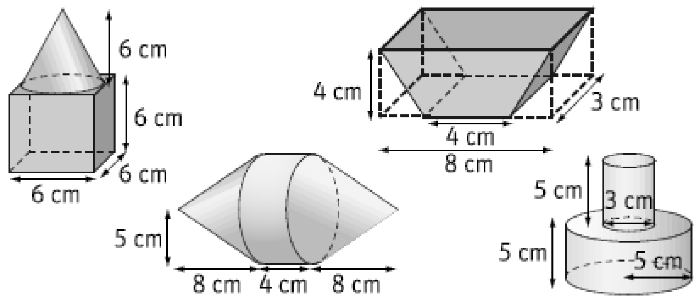
$A = 2\pi \cdot 5 \cdot 3 = 94{,}25 \text{ cm}^2$

b) La parte de la esfera sombreada es una zona esférica.

$A = 2\pi \cdot 8 \cdot 4 = 201{,}06 \text{ cm}^2$

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

18. Calcula el área y el volumen de las siguientes figuras.



a) La generatriz del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{6^2+3^2} = 6{,}71$ cm

$A_T = A_{Tcubo} + A_{Lcono} - A_{Bcono} = 6\cdot 6^2 + \pi \cdot 3\cdot 6{,}71 - \pi\cdot 3^2 = 216 + 63{,}24 - 28{,}27 = 250{,}97 \text{ cm}^2$

$V = V_{cono} + V_{cubo} = \dfrac{28{,}27\cdot 6}{3} + 6^3 = 272{,}54 \text{ cm}^3$

b) La generatriz del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{8^2+5^2} = 9{,}43$ cm

$A_T = 2\cdot A_{Lcono} + A_{Lcilindro} = 2\cdot \pi\cdot 5\cdot 9{,}43 + 2\cdot\pi\cdot 5\cdot 4 = 296{,}25 + 125{,}66 = 421{,}91 \text{ cm}^2$

$V = 2\cdot V_{cono} + V_{cilindro} = 2\cdot\dfrac{\pi\cdot 5^2\cdot 8}{3} + \pi\cdot 5^2\cdot 4 = 418{,}88 + 314{,}16 = 733{,}04 \text{ cm}^3$

c) El lado oblicuo del trapecio isósceles de la cara lateral mide $d = \sqrt{4^2+2^2} = 4{,}47$ cm

$A_T = A_B + A_b + 2\cdot A_{trapecio} + 2\cdot A_{rectángulo} = 8\cdot 3 + 4\cdot 3 + 2\cdot\dfrac{8+4}{2}\cdot 4 + 2\cdot 3\cdot 4{,}47 = 24 + 12 + 48 + 26{,}83 =$
$= 110{,}83 \text{ cm}^2$

$V = V_{ortoedro} - 2\cdot V_{prisma} = 3\cdot 8\cdot 4 - 2\cdot\dfrac{2\cdot 4}{2}\cdot 3 = 96 - 24 = 72 \text{ cm}^3$

d) $A_T = A_{Tcilindro\ inferior} + A_{Lcilindro\ superior} = 2\pi\cdot 5\cdot 5 + 2\pi\cdot 5^2 + 2\pi\cdot 1{,}5\cdot 5 = 157{,}08 + 157{,}08 + 47{,}12 = 361{,}28 \text{ cm}^2$

$V = V_{cilindro\ inferior} + V_{cilindro\ superior} = \pi\cdot 5^2\cdot 5 + \pi\cdot 1{,}5^2\cdot 5 = 392{,}70 + 35{,}34 = 428{,}04 \text{ cm}^3$

21. Indica si existen otros centros, ejes y planos de simetría en el cubo del ejemplo.

- Centros de simetría.

  El cubo tiene únicamente un centro de simetría. Por tanto, no hay más centros de simetría que el centro del ejemplo.

- Ejes de simetría.

  El cubo tiene un eje de simetría por cada dos caras paralelas (une sus centros). Es decir, el del ejemplo y 2 más. Además, hay 4 ejes más que pasan por los vértices opuestos con respecto al centro. Por último, hay 6 ejes más que pasan por los puntos medios de las aristas opuestas entre sí. Por tanto, el cubo tiene 13 ejes de simetría; el del ejemplo y 12 más

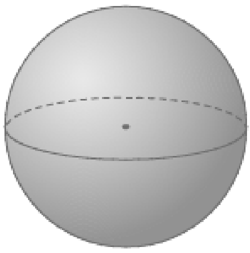
- Planos de simetría.

  Hay 3 planos de simetría paralelos a las caras opuestas. Hay, además, 6 planos de simetría que contienen dos aristas opuestas. Por tanto, el cubo tiene 9 planos de simetría, el del ejemplo y 8 más.

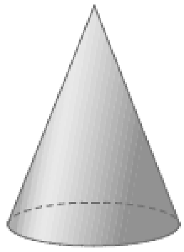
INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69   Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

22. Copia en tu cuaderno las siguientes figuras, e indica, si existen, un centro, un eje y un plano de simetría.

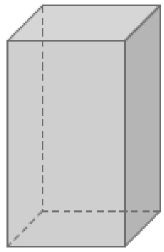
a)



b)



c)



a) Esfera:

- Tiene un centro de simetría, que es el centro de la esfera.
- Tiene infinitos ejes de simetría. Todos los ejes que pasan por el centro de la esfera.
- Tiene infinitos planos de simetría. Todos los planos que contengan al centro de la esfera.

b) Cono:

- No tiene centro de simetría.
- Tiene un eje de simetría. Eje que va del centro de la base al vértice del cono.
- Tiene infinitos planos de simetría. Cualquier plano que contenga al eje de simetría.

c) Ortoedro:

- Tiene centro de simetría, que es el centro del ortoedro.
- Tiene 3 ejes de simetría. Un eje es la recta perpendicular a las bases por su punto medio y dos ejes son las rectas paralelas a las bases que pasan por el centro de cada dos caras laterales.
- Tiene 3 planos de simetría. Un plano es el que pasa por los puntos medios de las aristas laterales y 2 planos que pasan por los puntos medios de las aristas de la base.

25. Dos puntos de la esfera terrestre están situados en el mismo meridiano y sus latitudes son de 40° N y 32° N. Calcula la distancia que los separa.

Hay que calcular la longitud de un arco de 40° – 32° = 8° de circunferencia máxima de la Tierra.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6371}{360} \cdot 8 = 889{,}56 \text{ km}$$

La distancia que separa los dos puntos de la esfera terrestre es 889,56 km.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

27. Razona en cada caso si es verdadero o falso.

a) El Ecuador es la única circunferencia máxima de la Tierra.

b) Cada huso horario tiene una amplitud de 15°, porque 360° : 24 = 15°.

c) Los puntos de un paralelo tienen la misma longitud.

a) Falso. El único paralelo que es una circunferencia máxima es el ecuador, pero las circunferencias que contienen a los meridianos también son circunferencias máximas.

b) Verdadero. La esfera terrestre se divide en 24 husos de 15° de amplitud.

c) Falso. Todos los puntos de un paralelo tienen la misma latitud geográfica, no la misma longitud.

28. El radio medio de la Tierra es de 6371 km.

a) Calcula la longitud del ecuador.

b) Calcula la superficie y el volumen de la Tierra.

c) Halla la superficie de uno de los casquetes polares, sabiendo que estos son el resultado de cortar la superficie terrestre por un plano a 5843 km de distancia del centro de la Tierra.

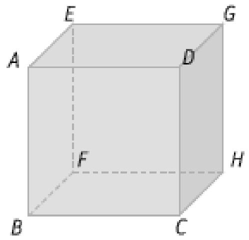
a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 6371 = 40\,030{,}17$ km

b) $A = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2 = 510\,064\,471{,}9 \text{ km}^2$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6371^3 = 1\,083\,206\,917\,000 \text{ km}^3$$

c) $A = 2\pi \cdot 6371 \cdot (6371 - 5843) = 21\,135\,931{,}66 \text{ km}^2$

29. Observa el siguiente cubo:



a) Indica todas las caras a las que pertenece el vértice *A*.

b) Indica todas las caras que contengan a la arista *FH*.

c) Indica una arista contenida en la cara superior y otra que no lo esté.

d) ¿Existen dos aristas secantes que no sean perpendiculares?

e) Demuestra que las aristas *EF* y *BC* son perpendiculares.

a) El vértice *A* pertenece a las caras *ABFE*, *ABCD* y *ADGE*.

b) La arista *FH* está contenida en las caras *EFHG* y *BFHC*.

c) La arista *AD* está contenida en la cara superior pero la arista *BC* no lo está.

d) No existe ninguna pareja de aristas que sean secantes pero no perpendiculares.

e) Las aristas *EF* y *BC* son perpendiculares porque el plano que contiene a la arista *EF*, *ABFE*, es perpendicular a *BC*.

31. Calcula el área de estos cuerpos geométricos:

a) **Un ortoedro de dimensiones 15 × 18 × 22 cm.**

b) **Un prisma regular de 3 m de altura y de base pentagonal de 50 m de perímetro de la base y 6,88 m de apotema.**

c) **Una pirámide regular de 5 dm de altura y cuya base es un triángulo equilátero de 5 dm de lado.**

d) **Un cilindro de 20 cm de altura y cuyo perímetro de la base mide 22π cm.**

e) **Un cono de 8 cm de altura y cuyo radio de la base mide 4 cm.**

f) **Una esfera cuya circunferencia máxima tiene un perímetro de 45 mm.**

a) $A = 2 \cdot 15 \cdot 18 + 2 \cdot 15 \cdot 22 + 2 \cdot 18 \cdot 22 = 540 + 660 + 792 = 1992$ cm^2

b) $A_T = A_L + 2A_B = 5 \cdot 10 \cdot 3 + 2 \cdot \dfrac{50 \cdot 6{,}88}{2} = 150 + 344 = 494$ cm^2

c) La altura de cada cara se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33$ dm

$A_T = 4 \cdot \dfrac{5 \cdot 4{,}33}{2} = 43{,}3$ dm^2

d) Llamando r al radio de la base, se cumple que $2 \cdot \pi \cdot r = 22\pi \Rightarrow r = 11$ cm.

$A_T = A_L + 2A_B = 22\pi \cdot 20 + 2 \cdot \pi \cdot 11^2 = 1382{,}30 + 760{,}27 = 2142{,}57$ cm^2

e) La generatriz se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8{,}94$ cm

$A_T = A_L + A_B = \pi \cdot 4 \cdot 8{,}94 + \pi \cdot 4^2 = 112{,}34 + 50{,}27 = 162{,}61$ cm^2

f) Llamando r al radio de la esfera, se cumple que $2 \cdot \pi \cdot r = 45 \Rightarrow r = 7{,}16$ mm.

$A = 4 \cdot \pi \cdot 7{,}16^2 = 644{,}58$ mm^2

32. Halla el volumen de estos cuerpos geométricos.

a) Un ortoedro de dimensiones 22 × 10 × 15 cm.

b) Un prisma regular de 22 m de altura cuya base es un cuadrado de 16 m de lado.

c) Una pirámide recta de 15 dm de altura cuya base es un rectángulo de 60 dm de perímetro y con una dimensión doble de la otra.

d) Un cilindro de 15 cm de radio de la base y altura igual al perímetro de la base.

e) Un cono de 60 dm de radio de la base y 65 dm de generatriz.

f) Una esfera cuya circunferencia máxima tiene un perímetro de 125 mm.

a) $V = 22 \cdot 10 \cdot 15 = 3300 \text{ cm}^3$

b) $V = A_B \cdot h = 16^2 \cdot 22 = 5632 \text{ m}^3$

c) Llamando x y $2x$ a las dimensiones del rectángulo de la base.

$x + x + 2x + 2x = 60 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow$ Las dimensiones del rectángulo de la base son 10 x 20 dm.

$$V = \frac{10 \cdot 20 \cdot 15}{3} = 1000 \text{ dm}^3$$

d) $V = A_B \cdot h = \pi \cdot 15^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 15 = 66\,619{,}83 \text{ cm}^3$

e) La altura del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras $h = \sqrt{65^2 - 60^2} = 25$ cm

$$V = \frac{\pi \cdot 60^2 \cdot 25}{3} = 94\,247{,}78 \text{ dm}^3$$

f) Llamando r al radio de la esfera, se cumple que $2 \cdot \pi \cdot r = 125 \Rightarrow r = 19{,}89$ mm

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 19{,}89^3 = 32\,960{,}44 \text{ mm}^3$$

36. ¿Cuál es el volumen limitado por dos esferas concéntricas si sus radios miden 10 cm y 15 cm?

$$V = V_{\text{esfera radio } 15} - V_{\text{esfera radio } 10} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 15^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10^3 = 14\,137{,}17 - 4\,188{,}80 = 9948{,}37 \text{ cm}^3$$

37. Un cubo tiene 300 cm² de área total, calcula el volumen de otro cubo cuya arista mide tres veces la del cubo inicial.

$A_T = 300 = 6a^2 \Rightarrow a = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm mide la arista del cubo inicial.

La arista del otro cubo medirá $7{,}07 \cdot 3 = 21{,}21$ cm.

El volumen del nuevo cubo será $V = 21{,}21^3 = 9541{,}62 \text{ cm}^3$.

39. Dada una esfera de 40 cm de radio, halla el área del huso esférico de 40° de amplitud y el volumen de la cuña esférica que determina.

La esfera completa tiene una amplitud de 360°, por lo que un huso de 40° supone $\frac{40}{360} = \frac{1}{9}$ de la esfera.

El área del huso esférico es: $A = \frac{1}{9} A_{esfera} = \frac{1}{9} \cdot 4\pi \cdot 40^2 = 2234{,}02\ \text{cm}^2$.

El volumen de la cuña es: $V = \frac{1}{9} V_{esfera} = \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 40^3 = 29\,786{,}95\ \text{cm}^3$.

40. El volumen de una cuña esférica de amplitud 90° es 450 m³. Halla el área y volumen de la esfera correspondiente.

La esfera completa tiene una amplitud de 360°, por lo que una cuña de 90° supone $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$ de la esfera.

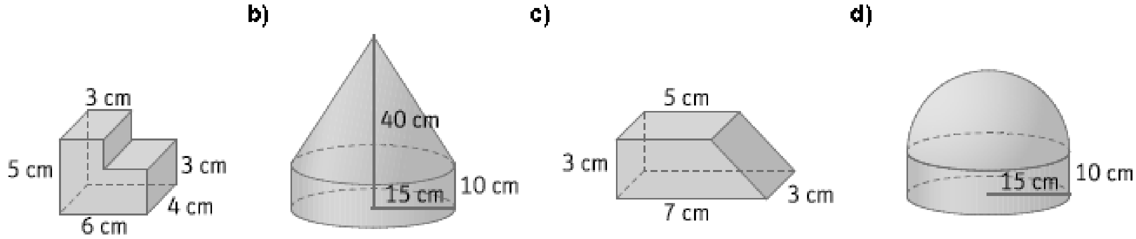
El volumen de la esfera es $V_{esfera} = 4 \cdot V_{cuña} = 4 \cdot 450 = 1800\ \text{m}^3$.

Para calcular el área de la esfera calculamos el radio de la esfera: $1800 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow r = 7{,}55\ \text{m}$.

Por tanto, $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 7{,}55^2 = 716{,}31\ \text{m}^2$.

55. Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a) **b)** **c)** **d)**



a) $V = V_{\text{ortoedro grande}} - V_{\text{ortoedro pequeño}} = 5 \cdot 6 \cdot 4 - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 - 24 = 96\ \text{cm}^3$

b) $V = V_{cono} + V_{cilindro} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 30}{3} + \pi \cdot 15^2 \cdot 10 = 7068{,}58 + 7068{,}58 = 14\,137{,}16\ \text{cm}^3$

c) $V = \frac{7+5}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 54\ \text{cm}^3$

d) $V = V_{semiesfera} + V_{cilindro} = \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot 15^3}{2} + \pi \cdot 15^2 \cdot 10 = 7068{,}58 + 7068{,}58 = 14137{,}16\ \text{cm}^3$

57. Halla las diagonales de los ortoedros con estas dimensiones.

a) ***a* = 5 cm, *b* = 4 cm, *c* = 10 cm**

b) ***a* = 50 mm, *b* = 45 mm, *c* = 105 mm**

c) ***a* = 9 m, *b* = 12 m, *c* = 36 m**

a) $x = \sqrt{5^2 + 4^2} = 6{,}4 \Rightarrow d = \sqrt{6{,}4^2 + 10^2} = 11{,}87\ \text{cm}$

b) $x = \sqrt{50^2 + 45^2} = 67{,}26 \Rightarrow d = \sqrt{67{,}26^2 + 105^2} = 124{,}69\ \text{mm}$

c) $x = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \Rightarrow d = \sqrt{15^2 + 36^2} = 39\ \text{m}$