INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

FONDO SOCIAL EUROPEO

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

NOMBRE DEL PROFESOR/A: JUAN ANTONIO DAPENA.

CORREO EDUCAMADRID: juan.dapena@educa.madrid.org

PROGRAMACIÓN PARA LA SEMANA DEL 11 AL 15 DE MAYO

Curso: 3ºBS, 3ºCS Y 3ºD.

3º ESO. MATEMÁTICAS ACADÉMICAS

ACTIVIDADES PROGRAMADAS **Tema 10.** Sucesiones.

Tema 10. Estudiar

Aptdo.4. Progresiones geométricas.
Aptdo.5. Suma de los términos de un progresión geométrica.

Realización de los ejercicios Tema 10
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28.

Les anexo las soluciones de los ejercicios de la semana del 27 de abril al 8 de mayo..

Fecha y hora de entrega: viernes 15 de mayo antes de las 14:00.

Forma de entrega/recepción: vía email al correo juan.dapena@educa.madrid.org, escaneando o enviando foto de los ejercicios. . (*Por favor indicar en asunto del e-mail, nombre del alumno, curso, reflejar IES Complutense y el periodo al que pertenecen las tareas*)

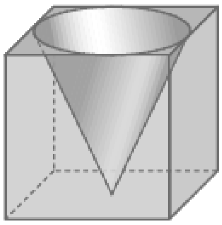
Evaluación: estas actividades se evaluarán conforme a la Programación Didáctica del Departamento. La parte teórica será evaluada en una prueba objetiva que se fijará a la vuelta de la suspensión de las clases.

Criterios de calificación: los criterios serán los mismos que los establecidos por el Departamento, recogidos en la Programación.

SOLUCIONARIO TAREAS DEL 27 DE ABRIL AL 8 DE MAYO

TEMA 9 CUERPOS GEOMÉTRICOS

60. Para la construcción de ciertas máquinas industriales se necesitan piezas macizas como esta.



Estas piezas están limitadas por un cubo de 2,5 cm de arista y un hueco con forma de cono inscrito en el mismo. ¿Qué volumen tiene la pieza? Con 1 dm^3 de material para fundir, ¿cuántas piezas como máximo se pueden construir?

$V = V_{cubo} - V_{cono} = 2{,}5^3 - \dfrac{\pi \cdot 1{,}25^2 \cdot 2{,}5}{3} = 15{,}63 - 4{,}09 = 11{,}54 \text{ cm}^3 = 0{,}01154 \text{ dm}^3$

Como 1 : 0,01154 = 86,65, entonces con 1 dm^3 de material para fundir se podrán construir 86 piezas como máximo.

62. Muchas veces se almacenan gases en depósitos esféricos. Una de las razones es que para una misma superficie total, la esfera es el cuerpo geométrico con mayor volumen.

a) Halla la superficie que debe tener un depósito de gas con forma esférica si su volumen es de $\dfrac{9\pi}{2}$ m^3.

b) ¿Qué dimensiones debería tener un cilindro cuyo diámetro de la base es igual a la altura y con la misma superficie que la esfera anterior? ¿Qué volumen tendría?

a) $V = \dfrac{9\pi}{2} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{3{,}375} = 1{,}5 \text{ m}$

Por tanto, la superficie será $A = 4\pi \cdot 1{,}5^2 = 28{,}27 \text{ m}^2$.

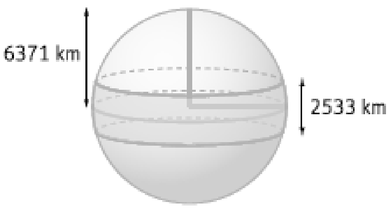
b) Llamando x al radio del cilindro:

$28{,}27 = 2 \cdot \pi \cdot x \cdot 2x \Rightarrow 2{,}25 = x^2 \Rightarrow x = 1{,}5 \text{ m}$

La altura del cilindro sería 3 m y el radio de la base 1,5 m.

$V = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 3 = 21{,}21 \text{ m}^3 \Rightarrow 21 < V < 22$

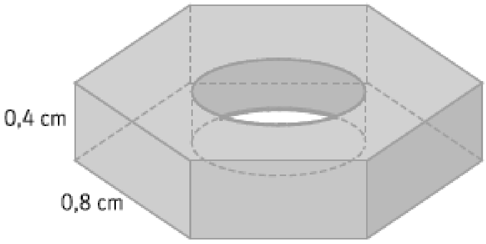
64. Observa este esquema de la Tierra y determina qué superficie tiene la zona tropical.



$A_{zona\ tropical} = 2 \cdot A_{zona\ esférica} = 2 \cdot 2\pi\ 6371 \cdot \dfrac{2533}{2} =$
$= 101\,396\,429{,}7 \text{ km}^2$

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69   Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

67. La tuerca de la figura está limitada por un prisma hexagonal regular y un cilindro de 0,5 cm de radio de la base.



Calcula la masa de metal necesaria para construirla si dicho metal tiene una densidad de 8 g/cm³.

Calculamos el volumen total de la pieza:

$$V_T = V_{\text{prisma}} - V_{\text{cilindro}} = \frac{6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}69}{2} \cdot 0{,}4 - \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}67 - 0{,}31 = 0{,}36 \text{ cm}^3$$

Masa = densidad · volumen = 8 · 0,36 = 2,88 g

69. Desde un punto exterior a una recta, ¿cuántas rectas perpendiculares se pueden trazar?

A. 0 **B. 1** **C. Infinitas** **D. Ninguna de las anteriores**

Únicamente se puede trazar una recta.

La respuesta correcta es la B.

TEMA 10 SUCESIONES

1. Calcula los tres primeros términos y el término décimo de las sucesiones:

$$a_n = n^2 - 3n \qquad b_n = n - \frac{24}{n} \qquad c_n = (-1)^n$$

$a_1 = 1^2 - 3 \cdot 1 = -2$	$b_1 = 1 - \frac{24}{1} = -23$	$c_1 = (-1)^1 = -1$
$a_2 = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$	$b_2 = 2 - \frac{24}{2} = -10$	$c_2 = (-1)^2 = 1$
$a_3 = 3^2 - 3 \cdot 3 = 0$	$b_3 = 3 - \frac{24}{3} = -5$	$c_3 = (-1)^3 = -1$
$a_{10} = 10^2 - 3 \cdot 10 = 70$	$b_{10} = 10 - \frac{24}{10} = \frac{38}{5}$	$c_{10} = (-1)^{10} = 1$

2. Escribe en tu cuaderno los tres términos siguientes de estas sucesiones.

a) **1, 3, 6, 10, 15…** **b)** $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}\ldots$ **c)** **10, 1, –8, –17…** **d)** $\frac{7}{5}, \frac{4}{10}, \frac{1}{15}, \frac{-2}{20}\ldots$

a) 21, 28 y 36 **b)** $\frac{1}{48}, \frac{1}{96}$ y $\frac{1}{192}$ **c)** –26, –35, –44 **d)** $\frac{-5}{25}, \frac{-8}{30}$ y $\frac{-11}{35}$

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

3. Escribe el término general y los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones.

a) A cada número natural le corresponde su cubo más dos unidades.

b) A cada número natural le corresponde el cuadrado de su anterior.

c) El primer término es 1 y cada uno de los siguientes es el doble del anterior más 1.

a)	**b)**	**c)**
$a_n = n^3 + 2$	$b_n = (n-1)^2$	$c_n = 2 \cdot c_{n-1} + 1,\ n > 2$
$a_1 = 1^3 + 2 = 3$	$b_1 = (1-1)^2 = 0$	$c_1 = 1$
$a_2 = 2^3 + 2 = 10$	$b_2 = (2-1)^2 = 1$	$c_2 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$
$a_3 = 3^3 + 2 = 29$	$b_3 = (3-1)^2 = 4$	$c_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$
$a_4 = 4^3 + 2 = 66$	$b_4 = (4-1)^2 = 9$	$c_4 = 2 \cdot 7 + 1 = 15$
$a_5 = 5^3 + 2 = 127$	$b_5 = (5-1)^2 = 16$	$c_5 = 2 \cdot 15 + 1 = 31$

4. Calcula los seis primeros términos de las siguientes sucesiones definidas por recurrencia.

a) $a_1 = 6,\ a_n = a_{n-1} + n$

b) $b_1 = 2,\ b_2 = 3,\ b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$

c) $c_1 = -1,\ c_2 = 2,\ c_3 = 1,\ c_n = 2c_{n-3} + c_{n-1}$

a)	**b)**	**c)**
$a_1 = 6$	$b_1 = 2$	$c_1 = -1$
$a_2 = a_1 + 2 = 6 + 2 = 8$	$b_2 = 3$	$c_2 = 2$
$a_3 = a_2 + 3 = 8 + 3 = 11$	$b_3 = b_1 + b_2 = 2 + 3 = 5$	$c_3 = 1$
$a_4 = a_3 + 4 = 11 + 4 = 15$	$b_4 = b_2 + b_3 = 3 + 5 = 8$	$c_4 = 2c_1 + c_3 = -2 + 1 = -1$
$a_5 = a_4 + 5 = 15 + 5 = 20$	$b_5 = b_3 + b_4 = 5 + 8 = 13$	$c_5 = 2c_2 + c_4 = 4 - 1 = 3$
$a_6 = a_5 + 6 = 20 + 6 = 26$	$b_6 = b_4 + b_5 = 8 + 13 = 21$	$c_6 = 2c_3 + c_5 = 2 + 3 = 5$

5. Encuentra el término general de estas sucesiones:

$(a_n) = (6, 11, 16, 21\ldots)$	$(b_n) = (1, 4, 9, 16\ldots)$	$(c_n) = (2, 6, 12, 20\ldots)$	$(d_n) = (2, 6, 14, 30\ldots)$
$a_n = 1 + 5n$	$b_n = n^2$	$c_n = n^2 + n$	$d_n = 2^{(n+1)} - 2$

8. Encuentra la ley de recurrencia de estas sucesiones, en función de los dos términos anteriores.

a) $(a_n) = (5, 9, 4, -5, -9, -4, 5\ldots)$ **para** $n > 2$

b) $(b_n) = (1, 4, 6, 14, 26, 54, 106\ldots)$ **para** $n > 2$

c) $(c_n) = (1, 3, -1, 7, -9, 23, -41\ldots)$ **para** $n > 2$

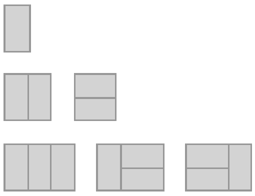
a) $a_1 = 5,\ a_2 = 9,\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$

b) $b_1 = 1,\ b_2 = 4,\ b_n = 2b_{n-2} + b_{n-1}$

c) $c_1 = 1,\ c_2 = 3,\ c_n = 2c_{n-2} - c_{n-1}$

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

9. Con ladrillos que miden 2 × 1 cm podemos construir una pared de 2 cm de alto de distintas maneras según el largo de la pared. Si queremos que sea de 1 cm de largo, solo podemos hacerlo de una forma. Si la queremos hacer de 2 cm de largo, tenemos dos opciones, etc.



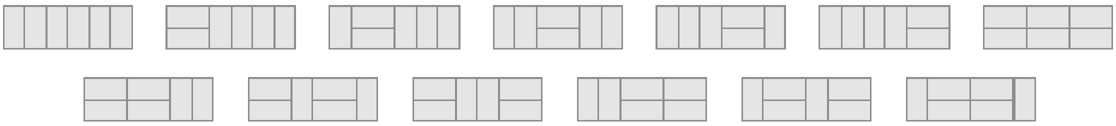
a) ¿Cuántas formas hay de hacer un muro de 6 cm de largo?

b) ¿De qué tipo es la sucesión que se va formando? Encuentra su ley de recurrencia.

a) Para construir un muro de 6 cm de largo los ladrillos se pueden poner de la siguiente forma:

- Todos los ladrillos verticales.
- 2 ladrillos horizontales y 4 verticales. Intercalando los 2 ladrillos horizontales entre los verticales, se consiguen 5 formas distintas de colocarlos.
- 4 ladrillos horizontales y 2 verticales. Intercalando los 2 ladrillos horizontales entre los verticales, se consiguen 6 formas distintas de colocarlos.
- Todos los ladrillos horizontales.

Las distintas formas que hay de hacer un muro de 6 cm de largo son las siguientes:



En total hay 1 + 5 + 6 + 1 = 13 formas distintas de hacer un muro de 6 cm de largo.

b) Para construir un muro de 1 cm de largo hay 1 forma, para un muro de 2 cm hay 2 formas, para un muro de 3 cm hay 3 formas, para un muro de 4 cm hay 5 formas, para un muro de 5 cm hay 8 formas, para un muro de 6 cm hay 13 formas…

Se forma la sucesión $(a_n) = (1, 2, 3, 5, 8, 13...)$. Cada término, a partir del tercero, se obtiene sumando los dos anteriores.

Por tanto, la ley de recurrencia es $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

10. Identifica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas.

a) 4, 7, 10, 13, 16, 19… **b) –2, –1, 0, 3, 5, 7…**

a) Sí que es una progresión aritmética, porque al restar a cada término su anterior siempre se obtiene el mismo valor, 3.

b) No es una progresión aritmética, porque al restar a cada término su anterior no siempre se obtiene el mismo valor: $a_2 - a_1 = 1$ y $a_4 - a_3 = 3$.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA COMPLUTENSE
C/ Valladolid, 1 28804 Alcalá de Henares (Madrid)
Teléf.: 91 888 01 69 Fax 91 882 80 91 C.C. 28000364
E-mail: ies.complutense.alcala@educa.madrid.org

11. Halla el valor de la diferencia en las siguientes progresiones aritméticas.

a) $(a_n) = (3, 10, 17, 24\ldots)$
b) $(b_n) = (1, -1, -3, -5\ldots)$
c) $(c_n) = (5, 2, -1, -4\ldots)$
d) $(d_n) = (-21, -10, 1, 12\ldots)$

a) $d = 10 - 3 = 7$
b) $d = -1 - 1 = -2$
c) $d = 2 - 5 = -3$
d) $d = -10 - (-21) = 11$

12. El primer término de una progresión aritmética es $a_1 = 100$ y su diferencia es $d = -8$.

a) Encuentra su término general.

b) ¿Qué lugar ocupa el primer término negativo de la progresión?

a) $a_n = 100 + (n - 1) \cdot (-8) = 100 - 8n + 8 = 108 - 8n$

b) $108 - 8n = 0 \Rightarrow n = 13{,}5$. El primer término negativo de la progresión es el término 14.

14. Calcula el término general de una progresión aritmética, dados los términos.

a) $a_3 = 15$ y $a_9 = 27$
b) $a_6 = -7$ y $a_{12} = -12$

a) Sustituyendo en la fórmula del término general, se obtiene:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_9 = a_1 + 8d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15 = a_1 + 2d \\ 27 = a_1 + 8d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 11 \\ d = 2 \end{cases}$$

$a_n = 11 + (n - 1) \cdot 2 = 11 + 2n - 2 = 9 + 2n$

b) Sustituyendo en la fórmula del término general, se obtiene:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow \begin{cases} a_6 = a_1 + 5d \\ a_{12} = a_1 + 11d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 = a_1 + 5d \\ -12 = a_1 + 11d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -\dfrac{17}{6} \\ d = -\dfrac{5}{6} \end{cases}$$

$$a_n = -\frac{17}{6} + (n-1) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{17}{6} - \frac{5n}{6} + \frac{5}{6} = -2 - \frac{5n}{6}$$

15. Calcula la suma de:

a) Los veinte primeros múltiplos de 3.

b) Los trece primeros números que acaban en 13.

c) Los números del 1 al 100.

a) $(a_n) = (0, 3, 6, 9, 12\ldots) \Rightarrow a_n = 3n$

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{30} = 90 \end{cases} \Rightarrow S_{30} = \frac{a_1 + a_{30}}{2} \cdot 30 = \frac{0 + 90}{2} \cdot 30 = 1350$$

b) $(a_n) = (13, 113, 213, 313, 413\ldots) \Rightarrow a_n = 13 + (n - 1) \cdot 100 = 13 + 100n - 100 = 100n - 87$

$$\begin{cases} a_1 = 13 \\ a_{13} = 1213 \end{cases} \Rightarrow S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{13 + 1213}{2} \cdot 13 = 7969$$

c) $(a_n) = (1, 2, 3, 4, 5\ldots) \Rightarrow a_n = n$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{100} = 100 \end{cases} \Rightarrow S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2} \cdot 100 = \frac{1 + 100}{2} \cdot 100 = 5050$$

16. Un contrato anual consiste en un sueldo de 1200 € el primer mes, que se irán incrementando en 50 € cada mes que pasa. ¿Cuál es el sueldo del primer año de trabajo según este contrato?

Se trata de una progresión aritmética, porque la diferencia de salario de dos meses consecutivos es siempre 50 €. El término general es $a_n = 1200 + (n-1)\cdot 50 = 1200 + 50n - 50 = 1150 + 50n$.

Para saber cuánto ha ganado el primer año de trabajo, se calcula la suma de los doce primeros términos:

$$\begin{cases} a_1 = 1200 \\ a_{12} = 1750 \end{cases} \Rightarrow S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2}\cdot 12 = \frac{1200+1750}{2}\cdot 12 = 17\,700$$

El sueldo del primer año de trabajo ha sido 17 700 €.

17. De una progresión aritmética conocemos su diferencia $d = -5$ y $a_{10} = 31$.

a) Calcula el primer término.

b) Calcula su término general.

c) Calcula la suma de los diez primeros términos.

a) $a_1 = 76$

$$\begin{cases} a_{10} = 31 \\ a_{10} = a_1 + 9d \end{cases} \Rightarrow 31 = a_1 + 9\cdot(-5) \Rightarrow 31 = a_1 - 45 \Rightarrow a_1 = 31 + 45 = 76$$

b) $a_n = 76 + (n-1)\cdot(-5) = 76 - 5n + 5 = 81 - 5n$

c) $S_{10} = 535$

$$\begin{cases} a_1 = 76 \\ a_{10} = 31 \end{cases} \Rightarrow S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2}\cdot 10 = \frac{76+31}{2}\cdot 10 = 535$$

19. Si el término general de una progresión aritmética es $a_n = 2 + (n-1)\cdot 3$, ¿cuántos términos son necesarios para que la suma sea 1107?

$$\begin{cases} S_x = 1107 \\ a_x = 2 + (x-1)\cdot 3 \end{cases} \Rightarrow S_x = \frac{2+a_x}{2}\cdot x = \frac{2+2+(x-1)\cdot 3}{2}\cdot x = \frac{x+3x^2}{2} \Rightarrow 1107 = \frac{x+3x^2}{2} \Rightarrow 2214 = x + 3x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x - 2214 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 163}{6} = \begin{cases} 27 \\ -\dfrac{164}{6} \end{cases}$$

Se necesitan 27 términos para que la suma sea 1107.