

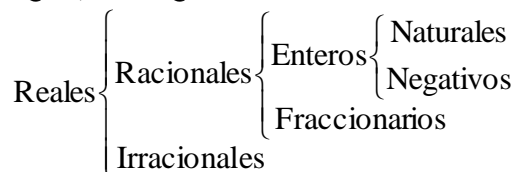
## Tema 2. INTRODUCCIÓN AL NÚMERO REAL

### Conjuntos numéricos:

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}; \quad \mathbf{Z} = \{\dots -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}; \quad \mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbf{Z}, q \neq 0 \right\}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}, \quad \text{con } \mathbf{Q} \cap \mathbf{I} = \emptyset$$

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$



### Propiedades del orden

Si  $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ;  $a \cdot c < b \cdot c$  cuando  $c > 0$ ;  $a \cdot c > b \cdot c$  cuando  $c < 0$

Intervalos. Los intervalos son subconjuntos de la recta real.

- abierto  $(a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$       cerrado  $[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$ .
- Intervalos infinitos:  $(-\infty, +\infty) = \mathbf{R}$ ;  $(-\infty, a) = \{x \in \mathbf{R} \mid x < a\}$ ;  $(a, +\infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x\}$ .

Valor absoluto:  $|a| = a$  si  $a > 0$ .  $|a| = -a$  si  $a < 0$ .

### Intervalos mediante valor absoluto.

- $|x| < k \Leftrightarrow -k < x < k \Leftrightarrow x \in (-k, k)$ .  $|x| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x \leq k \Leftrightarrow x \in [-k, k]$ .
- $|x - a| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x - a \leq k \Leftrightarrow x \in [a - k, a + k]$ .

### Propiedades de las potencias

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Radicales:  $\sqrt[n]{a} = b, a > 0 \Leftrightarrow b^n = a$        $\sqrt[n]{a} = b, n \in \mathbf{N} \Leftrightarrow b^n = a$        $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ .

### Propiedades y operaciones con radicales

- Producto de radicales:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = a^{1/n} \cdot b^{1/n} = (ab)^{1/n} = \sqrt[n]{ab} \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{1/n} \cdot a^{1/m} = a^{1/n+1/m}$$

- Potencia y raíz de un radical:  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$        $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

- Cociente de radicales:  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$        $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \frac{a^{1/n}}{a^{1/m}} = a^{1/n-1/m}$

- La suma y resta de radicales sólo puede “hacerse” cuando son radicales semejantes. Alguna vez los radicales pueden hacerse semejante, extrayendo o introduciendo factores en la raíz.

Introducción:  $\boxed{a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}}$ . Para introducir un factor se eleva al índice de la raíz.

Extracción:  $\boxed{\sqrt[n]{Ab} = \sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{b} = a \cdot \sqrt[n]{b}}$ , supuesto que  $\sqrt[n]{A} = a$ .

- Racionalización de denominadores

Los casos usuales son:  $\frac{a}{\sqrt{b}}$ ;  $\frac{a}{b + \sqrt{c}}$ ;  $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$

Se racionalizan multiplicando los dos términos de las fracciones por  $\sqrt{b}$ , por  $b - \sqrt{c}$  y por  $\sqrt{b} - \sqrt{c}$ , respectivamente.